

PRÜFUNG STATISTIK I

26. JULI 2006

HILFSMITTEL: A4 BLATT MIT NOTIZEN, TR

Die Prüfung besteht aus zwei Teilen, die insgesamt 120 Punkte ergeben:

Teil 1: Multiple Choice (jede Aufgabe 2 Punkte)

Teil 2: 5 von 8 Aufgaben mit jeweils 20 Punkten

Bitte ankreuzen, welche Aufgaben bewertet werden sollen (5 von 8)!

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	8	MC	Gesamt
Bewerten:										
Punkte:										

Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt oben rechts Ihren Namen!

Viel Erfolg!

Teil 1. : Multiple Choice

Zu jeder Frage ist genau eine richtige Antwortmöglichkeit vorgegeben. Tragen Sie Ihre Lösungen in die Kästchen auf der **übernächsten** Seite ein. Die Rückseite der Blätter können Sie für Berechnungen sowie zu Anmerkungen und Erläuterungen Ihrer Lösung verwenden.

- (1) Welche der folgenden Aussagen ist richtig?
- (a) Ziel des χ^2 -Anpassungstests ist, die Abweichung einer Verteilung von einer Normalverteilung nachzuweisen.
 - (b) Ziel des χ^2 -Anpassungstests ist, Unterschiede zwischen einer diskreten und einer stetigen Verteilung nachzuweisen.
 - (c) Mit dem χ^2 -Anpassungstest kann weder die Art noch das Ausmaß der Abweichung einer Verteilung von einer hypothetischen Verteilung ermittelt werden.
 - (d) Mit Hilfe des χ^2 -Anpassungstests können keine Abweichungen einer Verteilung von einer hypothetischen Verteilung entdeckt werden.

- (2) Welche der folgenden Aussagen über nichtparametrische Tests ist falsch?
- (a) Nichtparametrische Tests setzen die Unabhängigkeit der Daten voraus.
 - (b) Die Verteilung der Teststatistik des Wilcoxon-Rangsummen-Tests hängt nicht von der Verteilung der Daten ab.
 - (c) Die vom Vorzeichentest betrachtete Statistik ist der Mittelwert.
 - (d) Nichtparametrische Tests sind weniger empfindlich gegenüber Ausreißern als t-Tests.
- (3) Welche der folgenden Aussagen über eine Regressionsgerade ($\hat{y} = 10 + 9,8x$), die nach dem Kriterium der kleinsten Quadrate berechnet wurde, ist richtig?
- (a) Da die Regressionsgerade einen sehr starken Anstieg hat ($b = 9,8$), besteht ein enger Zusammenhang zwischen den Merkmalen X und Y.
 - (b) Wenn sich x um eine Einheit erhöht, erhöht sich y durchschnittlich um 9,8 Einheiten.
 - (c) Wenn sich x um eine Einheit erhöht, erhöht sich y durchschnittlich auf das 9,8-fache.
 - (d) Die Regressionsfunktion ist ein geeignetes Maß für die Stärke der Abhängigkeit zwischen X und Y.
- (4) Welche Aussage ist richtig? Die Stichprobenvarianz s^2 ist
- (a) das Quadrat des durchschnittlichen Abstands der Einzelwerte vom Mittelwert.
 - (b) der Mittelwert des quadrierten durchschnittlichen Abstands der Einzelwerte voneinander.
 - (c) der Durchschnitt der quadrierten Abstände vom Mittelwert.
 - (d) die durchschnittliche Abweichung der Einzelwerte vom Mittelwert.
- (5) Eine Geschwindigkeitsmessung bei einer Verkehrskontrolle in einer 30 km/h - Zone ergab folgende Werte (in km/h): 32, 45, 29, 36, 40, 30, 51, 32, 33. Welche Aussage über die Kenngrößen ist falsch?
- (a) Der Median ist 36.
 - (b) Die Spannweite der Daten ist 22.
 - (c) Der Modus ist 32.
 - (d) Im Schnitt wurde mehr als 5 km/h zu schnell gefahren.
- (6) Welche der Aussagen zu einer einfachen linearen Regression ist richtig?
- (a) Wenn $a = 1$ und $b = 1$ gilt, dann kann $R^2 = 0$ und $r < 0$ sein.
 - (b) Der Korrelationskoeffizient hat dasselbe Vorzeichen wie das Bestimmtheitsmaß.
 - (c) Ist die Summe der quadrierten Residuen gleich Null, so gilt $R^1 = 1$.
 - (d) ML-Schätzer für a und b sind unabhängig.

Verteilungstabelle der Standardnormalverteilung

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.000	0.5000	0.750	0.7734	1.500	0.9332	2.250	0.9878
0.025	0.5100	0.775	0.7808	1.525	0.9364	2.275	0.9885
0.050	0.5199	0.800	0.7881	1.550	0.9394	2.300	0.9893
0.075	0.5299	0.825	0.7953	1.575	0.9424	2.325	0.9900
0.100	0.5398	0.850	0.8023	1.600	0.9452	2.350	0.9906
0.125	0.5497	0.875	0.8092	1.625	0.9479	2.375	0.9912
0.150	0.5596	0.900	0.8159	1.650	0.9505	2.400	0.9918
0.175	0.5695	0.925	0.8225	1.675	0.9530	2.425	0.9923
0.200	0.5793	0.950	0.8289	1.700	0.9554	2.450	0.9929
0.225	0.5890	0.975	0.8352	1.725	0.9577	2.475	0.9933
0.250	0.5987	1.000	0.8413	1.750	0.9599	2.500	0.9938
0.275	0.6083	1.025	0.8473	1.775	0.9621	2.525	0.9942
0.300	0.6179	1.050	0.8531	1.800	0.9641	2.550	0.9946
0.325	0.6274	1.075	0.8588	1.825	0.9660	2.575	0.9950
0.350	0.6368	1.100	0.8643	1.850	0.9678	2.600	0.9953
0.375	0.6462	1.125	0.8697	1.875	0.9696	2.625	0.9957
0.400	0.6554	1.150	0.8749	1.900	0.9713	2.650	0.9960
0.425	0.6646	1.175	0.8800	1.925	0.9729	2.675	0.9963
0.450	0.6736	1.200	0.8849	1.950	0.9744	2.700	0.9965
0.475	0.6826	1.225	0.8897	1.975	0.9759	2.725	0.9968
0.500	0.6915	1.250	0.8944	2.000	0.9772	2.750	0.9970
0.525	0.7002	1.275	0.8988	2.025	0.9786	2.775	0.9972
0.550	0.7088	1.300	0.9032	2.050	0.9798	2.800	0.9974
0.575	0.7174	1.325	0.9074	2.075	0.9810	2.825	0.9976
0.600	0.7257	1.350	0.9115	2.100	0.9821	2.850	0.9978
0.625	0.7340	1.375	0.9154	2.125	0.9832	2.875	0.9980
0.650	0.7422	1.400	0.9192	2.150	0.9842	2.900	0.9981
0.675	0.7502	1.425	0.9229	2.175	0.9852	2.925	0.9983
0.700	0.7580	1.450	0.9265	2.200	0.9861	2.950	0.9984
0.725	0.7658	1.475	0.9299	2.225	0.9870	2.975	0.9985

Quantile $\chi_{df;1-\alpha}^2$ der χ^2 -Verteilung

df \ α	0.100	0.050	0.025	0.020	0.010	0.005	0.0025	0.001	0.0005
1	2.705	3.841	5.023	5.411	6.634	7.879	9.140	10.827	12.115
2	4.605	5.991	7.377	7.824	9.210	10.596	11.982	13.815	15.201
3	6.251	7.814	9.348	9.837	11.344	12.838	14.320	16.266	17.730
4	7.779	9.487	11.143	11.667	13.276	14.860	16.423	18.466	19.997
5	9.236	11.070	12.832	13.388	15.086	16.749	18.385	20.515	22.105
6	10.644	12.591	14.449	15.033	16.811	18.547	20.249	22.457	24.102
7	12.017	14.067	16.012	16.622	18.475	20.277	22.040	24.321	26.017
8	13.361	15.507	17.534	18.168	20.090	21.954	23.774	26.124	27.868
9	14.683	16.918	19.022	19.679	21.665	23.589	25.462	27.877	29.665
10	15.987	18.307	20.483	21.160	23.209	25.188	27.112	29.588	31.419
11	17.275	19.675	21.920	22.617	24.724	26.756	28.729	31.264	33.136
12	18.549	21.026	23.336	24.053	26.216	28.299	30.318	32.909	34.821
13	19.811	22.362	24.735	25.471	27.688	29.819	31.883	34.528	36.477
14	21.064	23.684	26.118	26.872	29.141	31.319	33.426	36.123	38.109
15	22.307	24.995	27.488	28.259	30.577	32.801	34.949	37.697	39.718

Quantile $t_{n;1-\alpha}$ der t -Verteilung

$n \setminus \alpha$	0.100	0.050	0.025	0.020	0.010	0.005	0.0025	0.001	0.0005
1	3.077	6.313	12.706	15.894	31.820	63.656	127.321	318.308	636.619
2	1.885	2.919	4.302	4.848	6.964	9.924	14.089	22.327	31.599
3	1.637	2.353	3.182	3.481	4.540	5.840	7.453	10.214	12.923
4	1.533	2.131	2.776	2.998	3.746	4.604	5.597	7.173	8.610
5	1.475	2.015	2.570	2.756	3.364	4.032	4.773	5.893	6.868
6	1.439	1.943	2.446	2.612	3.142	3.707	4.316	5.207	5.958
7	1.414	1.894	2.364	2.516	2.997	3.499	4.029	4.785	5.407
8	1.396	1.859	2.306	2.448	2.896	3.355	3.832	4.500	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.249	3.689	4.296	4.780
10	1.372	1.812	2.228	2.359	2.763	3.169	3.581	4.143	4.586
11	1.363	1.795	2.200	2.328	2.718	3.105	3.496	4.024	4.436
12	1.356	1.782	2.178	2.302	2.680	3.054	3.428	3.929	4.317
13	1.350	1.770	2.160	2.281	2.650	3.012	3.372	3.851	4.220
14	1.345	1.761	2.144	2.263	2.624	2.976	3.325	3.787	4.140
15	1.340	1.753	2.131	2.248	2.602	2.946	3.286	3.732	4.072
16	1.336	1.745	2.119	2.235	2.583	2.920	3.251	3.686	4.014
17	1.333	1.739	2.109	2.223	2.566	2.898	3.222	3.645	3.965
18	1.330	1.734	2.100	2.213	2.552	2.878	3.196	3.610	3.921
19	1.327	1.729	2.093	2.204	2.539	2.860	3.173	3.579	3.883
20	1.325	1.724	2.085	2.196	2.527	2.845	3.153	3.551	3.849
25	1.316	1.708	2.059	2.166	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
50	1.298	1.675	2.008	2.108	2.403	2.677	2.936	3.261	3.496
100	1.290	1.660	1.983	2.080	2.364	2.625	2.870	3.173	3.390

Verteilungsfunktion der Binomialverteilung $B_{n;p}(k)$ für $p = 0.5$.

$n \setminus k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.500	1.000									
2	0.250	0.750	1.000								
3	0.125	0.500	0.875	1.000							
4	0.062	0.313	0.687	0.938	1.000						
5	0.031	0.188	0.500	0.812	0.969	1.000					
6	0.016	0.109	0.344	0.656	0.891	0.984	1.000				
7	0.008	0.063	0.227	0.500	0.773	0.938	0.992	1.000			
8	0.004	0.035	0.145	0.363	0.637	0.855	0.965	0.996	1.000		
9	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000	
10	0.001	0.011	0.055	0.172	0.377	0.623	0.828	0.945	0.989	0.999	1.000

Kritische Werte $W_{n;\alpha}$ des Vorzeichenrangtests von Wilcoxon

$n \setminus \alpha$	0.01	0.025	0.05	0.1	0.9	0.95	0.975	0.99
4	0	0	0	1	9	10	10	10
5	0	0	1	3	12	14	15	15
6	0	1	3	4	17	18	20	21
7	1	3	4	6	22	24	25	27
8	2	4	6	9	27	30	32	34
9	4	6	9	11	34	36	39	41
10	6	9	11	15	40	44	46	49
11	8	11	14	18	48	52	55	58
12	10	14	18	22	56	60	64	68
13	13	18	22	27	64	69	73	78
14	16	22	26	32	73	79	83	89
15	20	26	31	37	83	89	94	100
16	24	30	36	43	93	100	106	112
17	28	35	42	49	104	111	118	125
18	33	41	48	56	115	123	130	138
19	38	47	54	63	127	136	143	152
20	44	53	61	70	140	149	157	166

Kritische Werte $W_{n;m;\alpha}$ des Rangsummentests von Wilcoxon

$\alpha = 0.05$	m																		
n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
3	6	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	14	14	15	16	16	17	18	
4	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	25	26	27	28	29	
5	17	18	20	21	22	24	25	27	28	29	31	32	34	35	36	38	39	41	
6	24	25	27	29	30	32	34	36	38	39	41	43	45	47	48	50	52	54	
7	31	33	35	37	40	42	44	46	48	50	53	55	57	59	62	64	66	68	
8	40	42	45	47	50	52	55	57	60	63	65	68	70	73	76	78	81	84	
9	49	52	55	58	61	64	67	70	73	76	79	82	85	88	91	94	97	100	
10	60	63	67	70	73	76	80	83	87	90	93	97	100	104	107	111	114	118	
11	72	75	79	83	86	90	94	98	101	105	109	113	117	121	124	128	132	136	
12	84	88	92	96	100	105	109	113	117	121	126	130	134	139	143	147	151	156	
13	98	102	107	111	116	120	125	129	134	139	143	148	153	157	162	167	172	176	
14	113	117	122	127	132	137	142	147	152	157	162	167	172	177	183	188	193	198	
15	128	133	139	144	149	154	160	165	171	176	182	187	193	198	204	209	215	221	
16	145	151	156	162	167	173	179	185	191	197	202	208	214	220	226	232	238	244	
17	163	169	174	180	187	193	199	205	211	218	224	231	237	243	250	256	263	269	
18	181	188	194	200	207	213	220	227	233	240	247	254	260	267	274	281	288	295	
19	201	208	214	221	228	235	242	249	256	263	271	278	285	292	300	307	314	321	
20	222	229	236	243	250	258	265	273	280	288	295	303	311	318	326	334	341	349	

$\alpha = 0.01$	m																		
n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
3	6	6	6	6	7	7	8	8	8	9	9	9	10	10	11	11	11	12	
4	10	10	11	12	12	13	14	14	15	16	16	17	18	18	19	20	20	21	
5	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	
6	21	23	24	25	26	28	29	30	31	33	34	35	37	38	40	41	42	44	
7	29	30	32	33	35	36	38	40	41	43	45	46	48	50	52	53	55	57	
8	37	39	41	43	44	46	48	50	52	54	57	59	61	63	65	67	69	71	
9	47	49	51	53	55	57	60	62	64	67	69	72	74	77	79	82	84	86	
10	57	59	62	64	67	69	72	75	78	80	83	86	89	92	94	97	100	103	
11	68	71	74	76	79	82	85	89	92	95	98	101	104	108	111	114	117	120	
12	81	84	87	90	93	96	100	103	107	110	114	117	121	125	128	132	135	139	
13	94	97	101	104	108	112	115	119	123	127	131	135	139	143	147	151	155	159	
14	108	112	116	119	123	128	132	136	140	144	149	153	157	162	166	171	175	179	
15	124	128	132	136	140	145	149	154	158	163	168	172	177	182	187	191	196	201	
16	140	144	149	153	158	163	168	173	178	183	188	193	198	203	208	213	219	224	
17	158	162	167	172	177	182	187	192	198	203	209	214	220	225	231	236	242	247	
18	176	181	186	191	196	202	208	213	219	225	231	237	242	248	254	260	266	272	
19	195	200	206	211	217	223	229	235	241	247	254	260	266	273	279	285	292	298	
20	216	221	227	233	239	245	251	258	264	271	278	284	291	298	304	311	318	325	

Teil 2

Bearbeiten Sie 5 der 8 Aufgaben!

1. PCs

Die Geschwindigkeiten von einem alten und einem neu gekauften PC sollen miteinander verglichen werden. 10 zufällig ausgewählte Arbeiten (computer jobs) werden mit beiden Maschinen einmal durchgeführt und die nötigen Ausführungszeiten in Sekunden gemessen. Es ergaben sich folgende Werte (mit A werden die Ausführungszeiten des alten PC bezeichnet, mit N die Zeiten des neuen PC):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	20	30	25	50	10	42	27	34	14	45
N	14	19	16	32	6	28	78	23	9	32
D=N-A	-6	-11	-9	-18	-4	-14	51	-11	-5	-13

Die aus den Daten berechneten Mittelwerte und Standardabweichungen sind:

$$\bar{A} = 29.7; \quad \bar{N} = 25.7; \quad \bar{D} = -4$$

$$s_A = 13.22; \quad s_N = 20.47; \quad s_D = 19.80$$

Man möchte nun untersuchen, ob der neue PC generell schneller als der alte ist.

- Es handelt sich hier um 2 gepaarte Stichproben. Wieso? Begründen Sie *kurz*.
- Führen Sie einen t-Test auf dem 5%-Niveau durch. Geben Sie die Modellannahmen, die Nullhypothese und die Alternative, den Wert der Teststatistik, den Verwerfungsbereich und die Entscheidung an.
- Vergleichen Sie die beiden Stichproben mit einem Boxplot. Beschreiben Sie kurz die Verteilung und vergleichen Sie die Graphik mit dem Testergebnis.
- Argumentieren Sie kurz ob die Voraussetzungen für einen t-Test erfüllt sind.

2. KAFFEE

Eine Maschine füllt 500g-Packungen Kaffee ab. Das Füllgewicht ist normalverteilt mit $\mu_0 = 502\text{g}$ und $\sigma = 2.5\text{g}$. Bei laufender Benutzung der Maschine kann sich der Mittelwert verschieben.

- (a) Bestimmen Sie für $\alpha = 0.1$ den kritischen Bereich des Tests

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{gegen} \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

- (b) Welche Entscheidung treffen Sie bei einer Stichprobe vom Umfang $n = 64$ mit $\bar{x} = 502.5$?
- (c) Skizzieren Sie die Gütefunktion $g(\mu)$ für den Test H_0 gegen H_1 aus (a) beim Stichprobenumfang $n = 16$ bzw. $n = 64$.

3. SCHÄTZER

X_1, \dots, X_n seien unabhängige, identisch verteilte Zufallsvariablen mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2 . Der Parameter μ soll geschätzt werden. Hierzu stehen folgende Schätzfunktionen zur Verfügung:

i. $T_1 = \frac{1}{2}(X_1 + X_2)$

ii. $T_2 = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} X_i + \frac{1}{2}X_n$

iii. $T_3 = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n X_i$

iv. $T_4 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

- (a) Bestimmen Sie die Erwartungswerte der vier Schätzfunktionen und gegebenenfalls den Bias.
- (b) Bestimmen Sie die Varianzen der vier Schätzfunktionen.
- (c) Untersuchen Sie die Schätzfunktionen auf Konsistenz.
- (d) Welche Schätzfunktion ist effizient?

4. TRAININGSMETHODEN

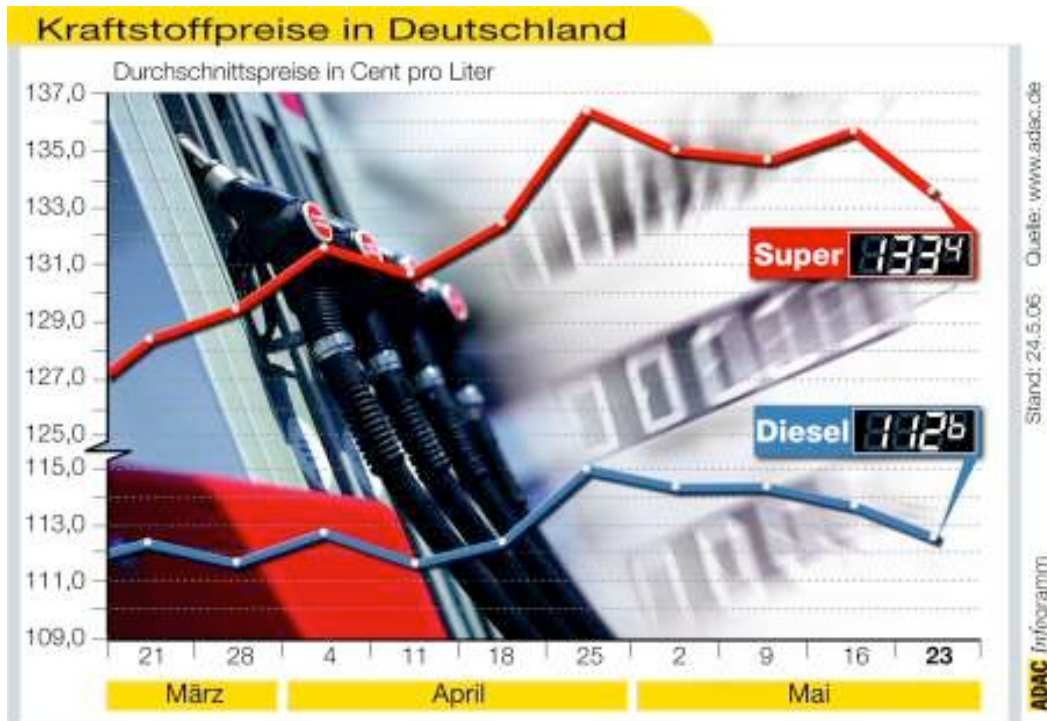
Kurz nach dem Trainerwechsel der deutschen Fußball Nationalmannschaft vor zwei Jahren wurden Leistungstests an 20 Spielern des Kaders durchgeführt. Je 10 zufällig ausgewählte Spieler wurde entweder nach der alten (Völler) oder der neuen (Klinsmann) Methode trainiert, und dann die Veränderung ihres Leistungsindex gemessen.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Völler	-0.4	+0.6	+0.4	-0.5	-3.5	-2.1	-2.4	+0.9	-0.9	+0.1
Klinsmann	+3.6	+1.2	+0.3	-0.8	+4.2	-1.3	-2.6	+3.2	+0.9	-0.3

Da Sie keine Annahmen über die zugrunde liegende Verteilung der Grundgesamtheit treffen können, müssen Sie nichtparametrische Tests verwenden. Das Signifikanzniveau soll jeweils 10% betragen.

- Testen Sie mit einem Vorzeichentest, ob die einzelnen Methoden einen positiven Einfluss auf den Leistungsindex haben! Was testen Sie dabei genau?
- Wählen Sie eine geeignete grafische Methode um evtl. vorhandene Unterschiede in den Methoden zu entdecken, und stellen Sie die Daten entsprechend dar!
- Testen Sie mit einem Rangsummentest nach Wilcoxon, ob die Methoden unterschiedlich wirken! Stimmt das Ergebnis des Tests mit dem Eindruck der grafischen Darstellung aus (b) überein?

5. BENZINPREISE



Analysieren Sie die obenstehende Grafik.

- Was genau wird dargestellt?
- Was halten Sie von der Skala?
- Wie beurteilen Sie Farbwahl und Hintergrundbild?
- Geben Sie die drei größten Kritikpunkte an der Grafik an.
- Beurteilen Sie die Grafik getrennt nach Suggestivität, Eindeutigkeit, Übersichtlichkeit und Ästhetik.
- Würden Sie etwas ändern, wenn ja was?

Immer wieder hört man zur Ferienzeit, dass das Benzin zu dieser Zeit teurer ist als außerhalb der Ferien. Autofahrer Y will dieser Sache nachgehen, er untersucht hierfür die Benzinpreise des letzten Jahres. Er hat die Daten für 100 Ferientage und 160 Tage außerhalb der Ferien. Dabei ergab sich ein durchschnittlicher Benzinpreis in den Ferien von 1.36 Euro und außerhalb der Ferien von 1.29 Euro. Die Stichprobenabweichungen betragen in den Ferien 0.11 Euro und außerhalb 0.13 Euro.

- Bestätigt sich die Vermutung? Wählen sie einen geeigneten Test zu einem Signifikanzniveau von 0.05.

6. WOHNUNG

Studentin S möchte nach erfolgreichem Abschluss ihres Studiums umziehen und sucht sich in München eine neue Wohnung. Dafür sieht sie sich den Münchener Mietspiegel an und notiert sich von einigen in Frage kommenden Wohnungen die Nettomiete (Y) und die Wohnfläche (X):

Wohnfläche in m^2 (X)	53	62	40	57	75	47	37	46	70
Nettomiete in EUR (Y)	350	460	300	380	620	490	220	290	570

- Zeichnen Sie ein Streudiagramm für X und Y und berechnen Sie den Stichproben-Korrelationskoeffizienten für die Variablen Wohnfläche und Nettomiete.
- Bestimmen Sie Steigung und Achsenabschnitt des KQ-Schätzers und tragen Sie die Gerade in das Streudiagramm ein.
- Beim Betrachten des Boxplots zur Cook's D-Statistik erkennt man einen Ausreißer. Erklären Sie kurz, was die Cook's D-Statistik misst und versuchen Sie den Ausreißer in Ihrem gezeichneten Plot zu identifizieren. (keine Berechnung)
- Welchen Nettopreis würden Sie aufgrund der linearen Regression für Wohnungen mit 65 bzw. $100m^2$ erwarten? Welchem dieser beiden Werte schenken Sie mehr Vertrauen? Begründen Sie Ihre Antwort!

7. GROSSE KOALITION

Bei einer Umfrage wurden 400 Personen zu ihrem Alter und ihrer Meinung über die Arbeit der Bundesregierung befragt. Dabei ergaben sich folgende relative Häufigkeiten:

Alter	Meinung	positiv	negativ	neutral	
<30		0.15			0.40
30-60			0.15	0.05	
>60			0.05		0.35
		0.30	0.30		

- Ergänzen Sie die Tabelle, und bestimmen Sie die drei bedingten relativen Häufigkeiten der Einstellung zur Arbeit der Bundesregierung unter den Bedingungen des jeweiligen Alters. Interpretieren Sie diese Ergebnisse!
- Berechnen und interpretieren Sie den Wert der χ^2 Statistik. Testen Sie auf einem Niveau von $\alpha = 0.05$ auf Unabhängigkeit der beiden Merkmale. Welche Annahmen haben Sie hierfür getroffen und wie lauten die Hypothesen?
- Angenommen, es wurden nur 200 Personen befragt, wie würde sich das Testergebnis ändern? Begründen Sie Ihre Aussage (keine Berechnung).

8. W-THEORIE KLAUSUR

Für die Bearbeitung des Multiple-Choice-Teils der Wahrscheinlichkeits-Theorie-Klausur benötigten die 66 teilnehmenden Studenten folgende Zeiten (Werte aufgerundet auf halbe oder ganze Minuten):

Benötigte Minuten	≤ 14	15,5	16	18	18,5	19	21,5	25,5	30
Anzahl der Studenten	0	8	19	13	9	5	2	3	7

Aufgrund vieler sinnvoller Modellannahmen (und der Tatsache, dass bei der Klausur das Spicken wegen der aufmerksamen Übungsleiter unmöglich war) werden die oben aufgelisteten Werte als reelle, u.i.v. Zufallsvariablen behandelt.

Nach wochenlanger und intensiver Arbeit ohne Schlaf ermittelte Assistent T die zugehörige, äußerst komplizierte Dichtefunktion:

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \exp\left(-\frac{x-10}{\theta}\right), & \text{falls } x > 10 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Trotz mehrfacher Versuche konnte Assistent T bis jetzt keinen vernünftigen Wert für das $\theta > 0$ finden.

- Bitte helfen Sie ihm mit einem ML-Schätzer für θ (auf Basis der Daten aus W-Theorie) weiter!
- Angenommen die benötigten Zeiten für den Multiple-Choice-Teil in der heutigen Statistik-Klausur verhalten sich genauso wie die in W-Theorie. Welche Dauer würden Sie für Ihre Bearbeitung erwarten?