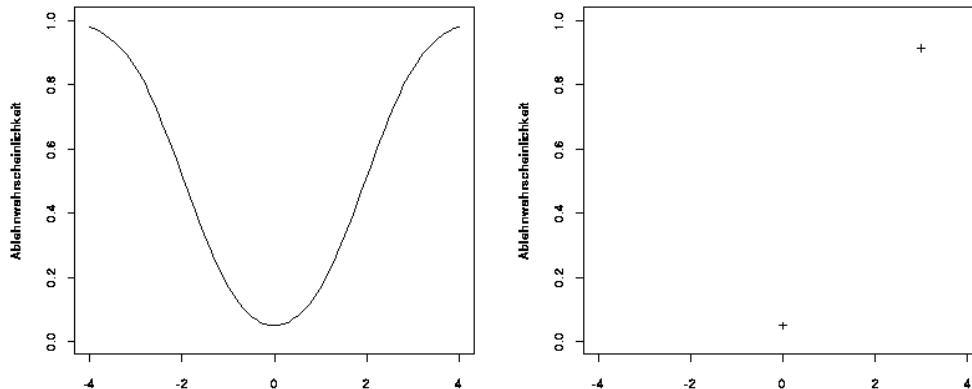


## Statistik I Übungsblatt 7

**Abgabe: Donnerstag, 22.06.06, 12:00 Uhr**, Briefkasten: Statistik I.  
Insgesamt können maximal 25 Punkte erreicht werden.

1. Abgebildet sehen Sie zwei Gütefunktionen zu zwei verschiedenen Tests. Die Nullhypothese war jeweils  $\mu = 0$ .



- Wie lautete jeweils die Alternative?
  - Geben Sie das Signifikanzniveau an.
  - Lesen Sie den Typ-II Fehler für  $\mu = 2$  ab.
  - Wie würden die Gütefunktionen im optimalen (aber wohl unrealistischen) Fall aussehen?
2. Es handelt sich hierbei um fünf Meßserien zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit (siehe Michelson.txt auf der Web-Seite). Laut im Datensatz enthaltener Referenz ist der 'wahre' Wert bei 734.5 zu suchen. Testen Sie alle fünf Meßreihen auf  $\mu = 734.5$  (R-Funktion `t.test`) auf einem Signifikanzniveau von 5%. Achten Sie darauf, dass Sie die Parameter der Funktion richtig setzen!
- Beschreiben Sie in Ihren eigenen Worten das Ergebnis der Tests. Hat Michelson richtig gemessen? Welche Voraussetzungen müssen erfüllt sein, damit der t-Test 'erlaubt' ist? Überprüfen Sie, ob das der Fall ist. Kann man alle Voraussetzungen überprüfen? Wie beurteilen Sie die Testergebnisse nach der Überprüfung der Voraussetzungen?
3. Sei  $X_j, i = 1, \dots, n$  unabhängig und identisch normalverteilt mit Erwartungswert  $\mu = 5$  und Standardabweichung  $\sigma = 1$ . Sei weiterhin  $n = 25$ .
- Berechnen Sie das kleinste Intervall  $(a, b)$ , für das gilt:  
 $P(\hat{x} \in (a, b)) \geq 0.95$ , wobei  $\hat{x} := \sum x_i / n$
  - Berechnen Sie ein möglichst kleines Intervall  $(c, d)$ , für das gilt:  
 $P(s^2 \in (c, d)) \geq 0.95$ , wobei  $s^2 := \sum (x_i - \hat{x})^2 / (n - 1)$ .

4. Auf die Frage: "Leiden Sie oft unter Kopfschmerzen" antworteten 379 von 2556 Männern mit "Ja", von den 2595 befragten Frauen antworteten 620 mit "Ja". (Entnommen aus: E. B. Andersen, *The Statistical Analysis of Categorical Data*, Springer, 1990, p.123)

Nehmen Sie an, dass das Vorhandensein der Beschwerden (d.h. die Antwort "Ja") binomialverteilt ist. Testen Sie, ob Männer und Frauen gleichermaßen unter Kopfschmerzen leiden. Verwenden Sie dazu die Normalapproximation der Binomialverteilung und schätzen Sie die Varianz nach oben ab, um eine vom Erwartungswert unabhängige Varianz zu erhalten.

5. Beim "Singers" Datensatz handelt es sich um die Körpergrößen von Sängern, aufgeschlüsselt nach der Stimmlage (siehe "Singers.txt" auf der Web-Seite zur Vorlesung).

Erzeugen Sie einen Boxplot, aufgeteilt nach den Stimmlagen. Was läßt sich über die Verteilung der Größen sagen?

Testen Sie, ob

- (a) die Differenz der Mittelwerte von Sopran und Alt signifikant (5%) von Null verschieden ist,
- (b) die Differenz der Mittelwerte von Sopran und Bass signifikant (5%) von Null verschieden ist.

Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse.