SS 2010 *Name:*
Matrikel-Nr.:

KLAUSUR ZU STOCHASTIK FÜR LEHRAMT VERTIEFT

19. JULI 2010
HILFSMITTEL: A4 BLATT MIT NOTIZEN, TR

Die Prüfung besteht aus zwei Teilen, die insgesamt 300 Punkte ergeben:
Teil 1: 10 Multiple Choice (MC) Aufgaben mit jeweils 5 Punkten
Teil 2: 5 von 8 Aufgaben mit jeweils 50 Punkten

Bitte ankreuzen, welche Aufgaben bewertet werden sollen (5 von 8)!

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	8	MC	Gesamt
Bewerten:										
Punkte:										

Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt oben rechts Ihren Namen!

Viel Erfolg!

Teil 1. Multiple Choice

Zu jeder Frage ist genau eine richtige Antwortmöglichkeit vorgegeben. Tragen Sie Ihre Lösungen in die Kästchen auf der **übernächsten** Seite ein. Die Rückseite der Blätter können Sie für Berechnungen sowie zu Anmerkungen und Erläuterungen Ihrer Lösungen verwenden.

(1) Im Restaurant „Glücksspiel“ gibt es drei Köche, welche mit gleicher Wahrscheinlichkeit ein Gericht zubereiten: Koch A versalzt nie ein Gericht, Koch B versalzt grundsätzlich jedes Gericht und Koch C versalzt genau jedes zweite Gericht. Ein Gast bekommt ein versalzenes Gericht serviert. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit p, dass Koch C das Gericht zubereitet hat?
(a) $p = 1/2$
(b) $p = 1/3$
(c) $p = 1/4$
(d) $p \geq 1/2$

(2) Welcher Mathematiker entwickelte in den 1930er Jahren die axiomatische Begründung der Wahrscheinlichkeitstheorie?
(a) Andrei Kolmogorow
(b) Pafnuti Tschebyschow
(c) Carl Friedrich Gauß?
(d) Nikita Chruschtschow

(3) Ein IQ-Test ergab folgende Werte:

85	89	92	94	94	99	104	105	106	110	117	120

Welche Aussage ist falsch?
(a) Der Modus ist 94.
(b) Die Spannbreite ist 35.
(c) Der Mittelwert ist 102.
(d) Der Median ist 101.5 .

(4) Welche Aussage zur Poisson-Verteilung ist falsch?
(a) Eine Poisson-verteilte Zufallsvariable wird durch einen Parameter eindeutig beschrieben.
(b) Für große λ kann die Poisson-Verteilung durch die Normalverteilung approximiert werden.
(c) Die Summe zweier Poisson-verteilter Zufallsvariablen ist binomialverteilt.
(d) Die Poisson-Verteilung wird auch als „Verteilung der seltenen Ereignisse bezeichnet“.

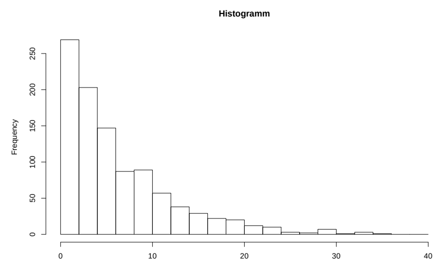
(5) Für das schwache Gesetz der großen Zahlen gilt...
(a) ...Konvergenz in Verteilung.
(b) ...Konvergenz in Wahrscheinlichkeit.
(c) ...dass die Zufallsvariablen X_1, ..., X_N normalverteilt sein müssen.
(d) ...fast sichere Konvergenz.

(6) Welche Aussage gilt **nicht** für unabhängige Zufallsvariablen X und Y?
(a) $E[X+Y] = E[X] + E[Y]$
(b) $E[X * Y] = E[X] * E[Y]$
(c) $V[X+Y] = V[X] + V[Y]$
(d) $V[X * Y] = V[X] * V[Y]$

(7) Was macht das R Kommando rpois(100,2.5)?
(a) Berechnet den Mittelwert einer Stichprobe der Größe 100.
(b) Erzeugt 100 Werte aus einer Poissonverteilung mit Parameter $\lambda = 2.5$.
(c) Berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass die Poissonverteilte Zufallsvariable X zwischen 2.5 und 100 liegt.
(d) Erzeugt 2.5 Werte aus einer Poissonverteilung mit Parameter $\lambda = 100$.

(8) Welche Aussage gilt **nicht** für drei Teilmengen A, B und C?
(a) $P(A \cap B \cap C) = P(A) * P(B \mid A) * P(C \mid B \cap A)$
(b) $P(A \cap B \cap C) = P(C) * P(A \mid B \cap C) * P(B \mid C)$
(c) $P(A \cap B \cap C) = P(B \cap C) * P(A \mid B \cap C)$
(d) $P(A \cap B \cap C) = P(A) * P(B \mid C) * P(C \mid A \cap B)$

(9) Für welche Verteilung wurde hier ein Histogramm von 1000 simulierten Werten gezeichnet?



(a) Gleichverteilung
(b) Normalverteilung
(c) Poissonverteilung
(d) Exponentialverteilung

(10) Betrachten Sie folgende Grafiken:

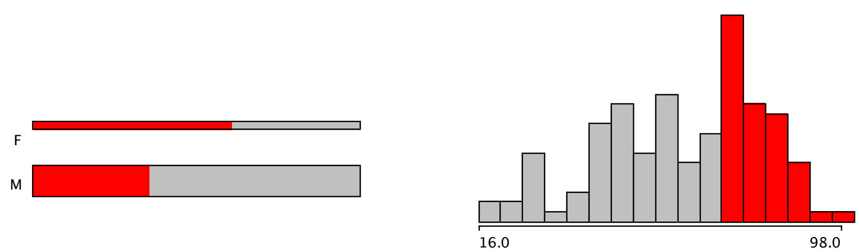


Abbildung 1. Säulendiagramm von Geschlecht und Histogramm von Erdkundenoten (aus 100) für 126 SchülerInnen.

Aus diesen Grafiken lässt sich folgern, dass...
(a) ... Jungs Erdkunde nicht mögen.
(b) ... Mädchen besser in den geisteswissenschaftlichen Fächern sind.
(c) ... Jungs besser in Mathe sind.
(d) ... es unter den besten Noten in Erdkunde relativ gesehen mehr Mädchen gab.

Antworten:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Verteilungstabelle der Standardnormalverteilung

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.000	0.5000	0.750	0.7734	1.500	0.9332	2.250	0.9878
0.025	0.5100	0.775	0.7808	1.525	0.9364	2.275	0.9885
0.050	0.5199	0.800	0.7881	1.550	0.9394	2.300	0.9893
0.075	0.5299	0.825	0.7953	1.575	0.9424	2.325	0.9900
0.100	0.5398	0.850	0.8023	1.600	0.9452	2.350	0.9906
0.125	0.5497	0.875	0.8092	1.625	0.9479	2.375	0.9912
0.150	0.5596	0.900	0.8159	1.650	0.9505	2.400	0.9918
0.175	0.5695	0.925	0.8225	1.675	0.9530	2.425	0.9923
0.200	0.5793	0.950	0.8289	1.700	0.9554	2.450	0.9929
0.225	0.5890	0.975	0.8352	1.725	0.9577	2.475	0.9933
0.250	0.5987	1.000	0.8413	1.750	0.9599	2.500	0.9938
0.275	0.6083	1.025	0.8473	1.775	0.9621	2.525	0.9942
0.300	0.6179	1.050	0.8531	1.800	0.9641	2.550	0.9946
0.325	0.6274	1.075	0.8588	1.825	0.9660	2.575	0.9950
0.350	0.6368	1.100	0.8643	1.850	0.9678	2.600	0.9953
0.375	0.6462	1.125	0.8697	1.875	0.9696	2.625	0.9957
0.400	0.6554	1.150	0.8749	1.900	0.9713	2.650	0.9960
0.425	0.6646	1.175	0.8800	1.925	0.9729	2.675	0.9963
0.450	0.6736	1.200	0.8849	1.950	0.9744	2.700	0.9965
0.475	0.6826	1.225	0.8897	1.975	0.9759	2.725	0.9968
0.500	0.6915	1.250	0.8944	2.000	0.9772	2.750	0.9970
0.525	0.7002	1.275	0.8988	2.025	0.9786	2.775	0.9972
0.550	0.7088	1.300	0.9032	2.050	0.9798	2.800	0.9974
0.575	0.7174	1.325	0.9074	2.075	0.9810	2.825	0.9976
0.600	0.7257	1.350	0.9115	2.100	0.9821	2.850	0.9978
0.625	0.7340	1.375	0.9154	2.125	0.9832	2.875	0.9980
0.650	0.7422	1.400	0.9192	2.150	0.9842	2.900	0.9981
0.675	0.7502	1.425	0.9229	2.175	0.9852	2.925	0.9983
0.700	0.7580	1.450	0.9265	2.200	0.9861	2.950	0.9984
0.725	0.7658	1.475	0.9299	2.225	0.9870	2.975	0.9985

Verteilungstabelle der Poissonverteilung

λ=15		λ=7		λ=6		λ=3	
x	$P(X \leq x)$	x	$P(X \leq x)$	x	$P(X \leq x)$	x	$P(X \leq x)$
1	0	0.5	0.0009	0.5	0.0025	0.2	0.0498
2	0	1	0.0073	1	0.0174	0.4	0.0498
3	0.0002	1.5	0.0073	1.5	0.0174	0.6	0.0498
4	0.0009	2	0.0296	2	0.062	0.8	0.0498
5	0.0028	2.5	0.0296	2.5	0.062	1	0.1991
6	0.0076	3	0.0818	3	0.1512	1.2	0.1991
7	0.018	3.5	0.0818	3.5	0.1512	1.4	0.1991
8	0.0374	4	0.173	4	0.2851	1.6	0.1991
9	0.0699	4.5	0.173	4.5	0.2851	1.8	0.1991
10	0.1185	5	0.3007	5	0.4457	2	0.4232
11	0.1848	5.5	0.3007	5.5	0.4457	2.2	0.4232
12	0.2676	6	0.4497	6	0.6063	2.4	0.4232
13	0.3632	6.5	0.4497	6.5	0.6063	2.6	0.4232
14	0.4657	7	0.5987	7	0.744	2.8	0.4232
15	0.5681	7.5	0.5987	7.5	0.744	3	0.6472
16	0.6641	8	0.7291	8	0.8472	3.2	0.6472
17	0.7489	8.5	0.7291	8.5	0.8472	3.4	0.6472
18	0.8195	9	0.8305	9	0.9161	3.6	0.6472
19	0.8752	9.5	0.8305	9.5	0.9161	3.8	0.6472
20	0.917	10	0.9015	10	0.9574	4	0.8153
21	0.9469	10.5	0.9015	10.5	0.9574	4.2	0.8153
22	0.9673	11	0.9467	11	0.9799	4.4	0.8153
23	0.9805	11.5	0.9467	11.5	0.9799	4.6	0.8153
24	0.9888	12	0.973	12	0.9912	4.8	0.8153
25	0.9938	12.5	0.973	12.5	0.9912	5	0.9161
26	0.9967	13	0.9872	13	0.9964	5.2	0.9161
27	0.9983	13.5	0.9872	13.5	0.9964	5.4	0.9161
28	0.9991	14	0.9943	14	0.9986	5.6	0.9161
29	0.9996	14.5	0.9943	14.5	0.9986	5.8	0.9161
30	0.9998	15	0.9976	15	0.9995	6	0.9665
31	0.9999	15.5	0.9976	15.5	0.9995	6.2	0.9665
32	1	16	0.999	16	0.9998	6.4	0.9665
33	1	16.5	0.999	16.5	0.9998	6.6	0.9665
34	1	17	0.9996	17	0.9999	6.8	0.9665
35	1	17.5	0.9996	17.5	0.9999	7	0.9881

Quantile $\chi^2_{df;1-\alpha}$ der χ^2-Verteilung

df $\diagdown\alpha$	0.100	0.050	0.025	0.020	0.010	0.005	0.0025	0.001	0.0005
1	2.705	3.841	5.023	5.411	6.634	7.879	9.140	10.827	12.115
2	4.605	5.991	7.377	7.824	9.210	10.596	11.982	13.815	15.201
3	6.251	7.814	9.348	9.837	11.344	12.838	14.320	16.266	17.730
4	7.779	9.487	11.143	11.667	13.276	14.860	16.423	18.466	19.997
5	9.236	11.070	12.832	13.388	15.086	16.749	18.385	20.515	22.105
6	10.644	12.591	14.449	15.033	16.811	18.547	20.249	22.457	24.102
7	12.017	14.067	16.012	16.622	18.475	20.277	22.040	24.321	26.017
8	13.361	15.507	17.534	18.168	20.090	21.954	23.774	26.124	27.868
9	14.683	16.918	19.022	19.679	21.665	23.589	25.462	27.877	29.665
10	15.987	18.307	20.483	21.160	23.209	25.188	27.112	29.588	31.419
11	17.275	19.675	21.920	22.617	24.724	26.756	28.729	31.264	33.136
12	18.549	21.026	23.336	24.053	26.216	28.299	30.318	32.909	34.821
13	19.811	22.362	24.735	25.471	27.688	29.819	31.883	34.528	36.477
14	21.064	23.684	26.118	26.872	29.141	31.319	33.426	36.123	38.109
15	22.307	24.995	27.488	28.259	30.577	32.801	34.949	37.697	39.718

Quantile $t_{n;1-\alpha}$ der t-Verteilung

$n\diagdown\alpha$	0.100	0.050	0.025	0.020	0.010	0.005	0.0025	0.001	0.0005
1	3.077	6.313	12.706	15.894	31.820	63.656	127.321	318.308	636.619
2	1.885	2.919	4.302	4.848	6.964	9.924	14.089	22.327	31.599
3	1.637	2.353	3.182	3.481	4.540	5.840	7.453	10.214	12.923
4	1.533	2.131	2.776	2.998	3.746	4.604	5.597	7.173	8.610
5	1.475	2.015	2.570	2.756	3.364	4.032	4.773	5.893	6.868
6	1.439	1.943	2.446	2.612	3.142	3.707	4.316	5.207	5.958
7	1.414	1.894	2.364	2.516	2.997	3.499	4.029	4.785	5.407
8	1.396	1.859	2.306	2.448	2.896	3.355	3.832	4.500	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.249	3.689	4.296	4.780
10	1.372	1.812	2.228	2.359	2.763	3.169	3.581	4.143	4.586
11	1.363	1.795	2.200	2.328	2.718	3.105	3.496	4.024	4.436
12	1.356	1.782	2.178	2.302	2.680	3.054	3.428	3.929	4.317
13	1.350	1.770	2.160	2.281	2.650	3.012	3.372	3.851	4.220
14	1.345	1.761	2.144	2.263	2.624	2.976	3.325	3.787	4.140
15	1.340	1.753	2.131	2.248	2.602	2.946	3.286	3.732	4.072
16	1.336	1.745	2.119	2.235	2.583	2.920	3.251	3.686	4.014
17	1.333	1.739	2.109	2.223	2.566	2.898	3.222	3.645	3.965
18	1.330	1.734	2.100	2.213	2.552	2.878	3.196	3.610	3.921
19	1.327	1.729	2.093	2.204	2.539	2.860	3.173	3.579	3.883
20	1.325	1.724	2.085	2.196	2.527	2.845	3.153	3.551	3.849
25	1.316	1.708	2.059	2.166	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
50	1.298	1.675	2.008	2.108	2.403	2.677	2.936	3.261	3.496
100	1.290	1.660	1.983	2.080	2.364	2.625	2.870	3.173	3.390

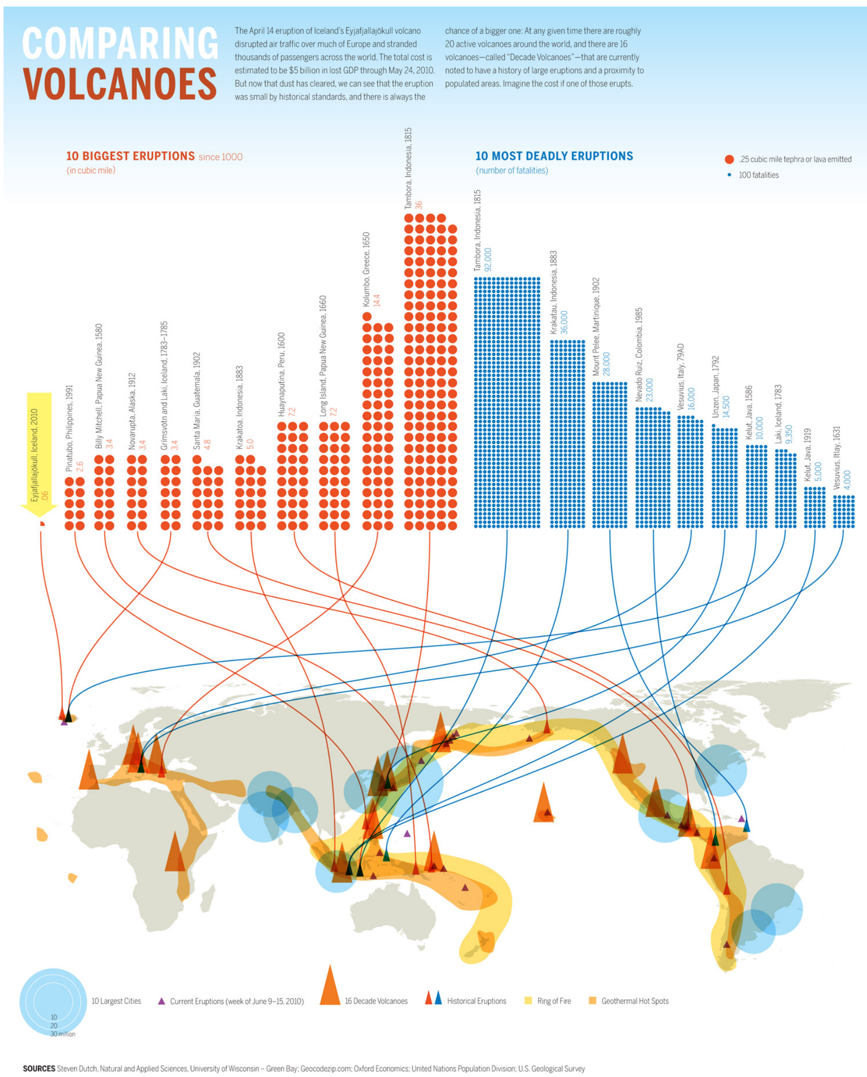
Verteilungsfunktion der Binomialverteilung $B_{n;p}(k)$ für $p = 0.5$.

$n \diagdown k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.500	1.000									
2	0.250	0.750	1.000								
3	0.125	0.500	0.875	1.000							
4	0.062	0.313	0.687	0.938	1.000						
5	0.031	0.188	0.500	0.812	0.969	1.000					
6	0.016	0.109	0.344	0.656	0.891	0.984	1.000				
7	0.008	0.063	0.227	0.500	0.773	0.938	0.992	1.000			
8	0.004	0.035	0.145	0.363	0.637	0.855	0.965	0.996	1.000		
9	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000	
10	0.001	0.011	0.055	0.172	0.377	0.623	0.828	0.945	0.989	0.999	1.000

Teil 2. Bearbeiten Sie 5 der 8 Aufgaben!

1. Eyjafjallajökull

Analysieren und kritisieren Sie die nachfolgende Grafik zu Vulkanausbrüchen.



(a) Was wird dargestellt? Welche Variablen fließen in die Grafik ein? Wie sind sie verbunden?
(b) Beurteilen Sie die Grafik in Bezug auf Suggestiviät, Eindeutigkeit und Ästhetik.
(c) Treffen Sie zwei Hauptaussagen basierend auf dieser Grafik. Sind diese klar visualisiert?
(d) Legen Sie zwei Hauptkritikpunkte dar und schlagen Sie entsprechende Verbesserungen vor.
(e) Wie könnten die Daten und Informationen alternativ dargestellt werden?

2. Aktienkurse

Betrachte die folgenden Schlusskurse der Aktie der Deutschen Bank an 20 aufeinanderfolgenden Werktagen:

Datum	Schlusskurs	Unterschied zum Vortag*
25.06.10	47,17	0
24.06.10	47,68	0
23.06.10	48,78	0
22.06.10	49,63	0
21.06.10	50,34	0
18.06.10	50,43	1
17.06.10	50,22	1
16.06.10	49,98	1
15.06.10	49,54	1
14.06.10	48,55	1
11.06.10	48,14	1
10.06.10	47,49	1
09.06.10	47,03	1
08.06.10	46,19	0
07.06.10	46,40	0
04.06.10	47,03	0
03.06.10	48,43	1
02.06.10	47,86	0
31.05.10	48,40	0
28.05.10	48,48	0

Tabelle 1. *(gefallen $\hat{=}$ 0, gestiegen $\hat{=}$ 1)

a) Berechnen Sie
   - das arithmetische Mittel der Schlusskurse der letzten fünf Tage.
   - den Median der Schlusskurse der letzten zehn Tage.

b) Nehmen Sie an, die Schlusskurse seien unabhängige, identisch verteilte Zufallsvariablen mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2. Wie ist das arithmetische Mittel dann approximativ verteilt? Welcher Satz ist hierbei relevant? Sind die getroffenen Annahmen für die Schlusskurse sinnvoll?

Der Verlauf eines Aktienkurses soll nun durch ein einfaches Modell beschrieben werden: Dabei seien $X_i \in \{0, 1\}$, $i = 1..n$ unabhängige Zufallsvariablen, die notieren, ob die Aktie am Tag i gestiegen ($X_i = 1$) oder gefallen ($X_i = 0$) ist. Dabei sei $P(X_i = 0) = P(X_i = 1) = 0.5$.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter diesem Modell eine Aktie während eines Zeitraums von fünf Tagen zu keinem Zeitpunkt öfter gefallen als gestiegen ist.

Herr Y. vermutet, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die Aktie der deutschen Bank an einem bestimmten Tag steigt, in Wahrheit ungleich 0.5 ist.

d) Überprüfen Sie seine Vermutung mit einem Binomial-Test zu einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$.
   Geben Sie dabei insbesondere die Modellannahmen, die Null- und Alternativhypothese, die Teststatistik und deren genaue Verteilung sowie den Annahmebereich und den p-Wert an. Interpretieren Sie das Ergebnis.

3. Supercup

In diesem Jahr findet nach 1996 erstmals wieder der so genannte Supercup im Fußball statt, bei dem normalerweise der Gewinner der deutschen Meisterschaft gegen den DfB-Pokalsieger antritt. Da Bayern München sowohl die Meisterschaft als auch den Pokal gewonnen hat, spielt sie gegen den diesjährigen Vizemeister Schalke 04.
Bayern München hat in der vergangenen Saison in 34 Spielen 72 Tore geschossen, während Schalke nur 53 Mal traf.

a) Wie wahrscheinlich ist es, dass Bayern München das Spiel 1:0 gewinnt? Welche Annahmen haben Sie zur Berechnung getroffen?
b) Berechnen Sie unter den Annahmen aus a) den wahrscheinlichsten Spielausgang (0:0,1:0,0:1 etc.) nach 90 Minuten!

Ein Schalkefan behauptet, dass Schalke die gleiche Trefferquote (Anz. Tore / Anz. Torschüsse) vorzuweisen hat wie München. Dazu wurden bei Schalke folgende Trefferquoten in 10 Bundesligabegegnungen beobachtet:

0.36	0.12	0.36	0.18	0.11	0.29	0.08	0.20	0.19	0.09

Die beobachtete Varianz betrug 0.0114.

c) Testen Sie die Behauptung durch einen geeigneten Test zu einem Niveau von $\alpha = 0.05$ und erläutern Sie dabei kurz die getroffenen Annahmen. Nehmen Sie dabei an, dass die Trefferquote von Bayern München bekannt ist und 0.25 beträgt.
d) Geben Sie einen geeigneten Schätzer für die erwartete Trefferquote von Schalke 04 an und zeigen Sie, dass Ihr Schätzer erwartungstreu ist. Ist er auch asymptotisch erwartungstreu?

4. Erwartungstreuer Schätzer

Sei $X_i, i = 1, 2, ..., n$, eine zufällige Stichprobe aus $X \sim N(\theta, 1)$.

(a) Berechen Sie die log-Likelihoodfunktion.
(b) Berechnen Sie explizit den ML Schätzer für θ.
(c) Was versteht man unter einem Kleinst-Quadrate-Schätzer?
(d) Was versteht man unter einem Bayes-Schätzer?

Vergleichen Sie nun, den Schätzer aus (b) mit den folgenden beiden alternativen Schätzern:

- $T_{2n} = \frac{n}{(n+1)} \sum_{i=1}^{n} (\frac{1}{2}^{i} \cdot X_i)$
- $T_{3n} = \Sigma(-1)^i X_i$

(a) Welche der beiden Schätzer sind verzerrt? Wie groß ist der Bias?
(b) Welche Eigenschaft eines Schätzers hängt von der Varianz ab? Welcher der beiden Schätzer ist diesbezüglich am besser? Rechnen Sie die Varianzen der Schätzer aus.

5. Nichtraucherschutz

Nachfolgende Tabelle zeigt die Ergebnisse des Volksentscheids zum Nichtraucherschutz vom 4. Juli (ungültige Stimmen wurden vernachlässigt) für die drei größten Regierungsbezirke.

Regierungsbezirk	Stimmberechtigte	Ja	Nein	Wahlbeteiligung
Oberbayern	3 111 944 (54.5%)	60.8%	39.2%	1 257 172 (40.4%)
Mittelfranken	1 269 264 (22.2%)	63.7%	36.3%	495 932 (39.1%)
Schwaben	1 333 417 (23.3%)	61.3%	38.7%	467 727 (35.1%)
Gesamt	5 714 625 (100.0%)	61.6%	38.4%	2 220 831 (38.9%)

a) Sind die Ergebnisse in den Bezirken signifikant unterschiedlich? Betrachten Sie nur die Ergebnisse Ja und $Nein$ und bereiten Sie die Tabelle für einen χ^2-Test vor!

b) Führen Sie die Berechnung des Tests durch.
Geben Sie dabei die beiden Hypothesen, die Teststatistik in Abhängigkeit von n, deren Verteilung sowie eine Abschätzung des p-Wertes an.
Wie ist das Ergebnis zu interpretieren?

In einer Umfrage in jedem Bezirk sind nur 1000 Stimmberechtigte befragt worden mit den gleichen Ergebnissen in den Spalten 3 bis 5.

c) Wie sieht das Testergebnis nun aus?

Es sollen nun auch die Nicht-Wähler als 'dritte Partei' berücksichtigt werden.

d) Berechnen Sie exemplarisch den Beitrag der $Oberbayern$, die mit Ja gestimmt haben, zur chi^2-Statistik.

e) Wie ändert sich die Verteilung der Teststatistik?

Sie sollen die Ergebnisse der Umfrage präsentieren.

f) Wie würden Sie sie grafisch darstellen? Begründen Sie Ihre Wahl!

6. Lotto

Im Gegensatz zu den traditionellen, landesspezifischen Lotterien ist *EuroMillionen* als Mehrländer-Lotto ausgelegt. Am 13. Februar 2004 fand die erste Ziehung statt, für die man in Spanien, Frankreich und Großbritannien Tipps abgeben konnte. Im Laufe des Jahres 2004 kamen weitere Länder hinzu.
Die Spielformel lautet *5 aus 50 plus 2 aus 9* und ein Tipp kostet 2 Euro. Im deutschen Lottosystem kostet ein Tipp nur 0.75 Euro und die Formel lautet *6 aus 49 plus 1 aus 10*.

a) Ist die Wahrscheinlichkeit auf einen Jackpot (5+2 Richtige) größer oder kleiner als im deutschen Lotto (6+1 Richtige)?
b) Erläutern Sie die von Ihnen in a) verwendete Formel.

Für die Wahrscheinlichkeit, im EuroMillionen-Lotto k Richtige zu haben, wird die Verteilung mit folgender Dichte vorgeschlagen:

$$f(k) = (\frac{1}{10})^k \cdot (\frac{9}{10})^{5-k}, k = 0, ..., 5$$

c) Was halten Sie von diesem Vorschlag? Begründen Sie Ihre Antwort präzise.
d) Wie müssen Sie die Dichte korrigieren, um eine Binomialverteilung zu erhalten? Kann diese hier eingesetzt werden? Wie hängt sie mit der Verteilung, die Sie in Aufgabe a) verwendet haben, zusammen?

Angenommen, der Auszahlungsbetrag bei k Richtigen betrüge $k \cdot D$ im deutschen Lotto und $k \cdot E$ im EuroMillionen-Lotto.

e) Welches Verhältnis von D/E müsste unter Annahme der Binomialverteilung gelten, damit die beiden Lotterien den gleichen erwarteten Gewinn pro Euro Einsatz haben?

7. Kombinatorik im Frauenfussball

Nach der Fußball-WM der Männer ist nun in Deutschland auch die Fußball-WM der U-20 Frauen gestartet. Nachfolgende Tabelle zeigt den Kader der Spielerinnen:

Position	Nummer/Name	Verein
Tor	21 Laura Benkarth	SC Freiburg
Tor	1 Almuth Schult	Magdeburger FFC
Tor	12 Desirée Schumann	1. FFC Turbine Potsdam
Abwehr	5 Kristina Gessat	FSV Gütersloh 2009
Abwehr	3 Tabea Kemme	1. FFC Turbine Potsdam
Abwehr	15 Valeria Kleiner	SC Freiburg
Abwehr	4 Marith Prießen	FCR 2001 Duisburg
Abwehr	20 Bianca Schmidt	1. FFC Turbine Potsdam
Abwehr	14 Inka Wesely	SG Essen-Schönebeck
Mittelfeld	13 Sylvia Arnold	FF USV Jena
Mittelfeld	16 Marie-Louise Bagehorn	1. FFC Turbine Potsdam
Mittelfeld	6 Marina Hegering	FCR 2001 Duisburg
Mittelfeld	17 Turid Knaak	FCR 2001 Duisburg
Mittelfeld	19 Kim Kulig	Hamburger SV
Mittelfeld	2 Stefanie Mirlach	FC Bayern München
Sturm	9 Svenja Huth	1. FFC Frankfurt
Sturm	10 Dzsenifer Marozsán	1. FFC Frankfurt
Sturm	18 Anne Bartke	SC 07 Bad Neuenahr
Sturm	11 Alexandra Popp	FCR 2001 Duisburg
Sturm	8 Selina Wagner	VfL Wolfsburg
Sturm	7 Jessica Wich	1. FFC Turbine Potsdam

Es soll mit 4 Verteidigerinnen, 3 Mittelfeldspielerinnen und 3 Stürmerinnen (4-3-3) gespielt werden.

a) Wieviele Möglichkeiten der Spielerauswahl aus dem bestehenden Kader gibt es?
b) Wieviele Möglichkeiten in der Abwehr gibt es, wenn nur die Vereine betrachtet werden? (*Hinweis: Fallunterscheidung*)
c) Die Mittelfeldspielerin Sylvia Arnold kann sowohl im Mittelfeld als auch im Sturm eingesetzt werden. Wieviele Möglichkeiten der Spielerauswahl gibt es nun? (*Hinweis: Fallunterscheidung Mittelfeld - Sturm - kein Einsatz*)
d) Angenommen, die Spielerinnen würden zufällig ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stehen alle Spielerinnen des 1. FFC Turbine Potsdam in der Startelf?

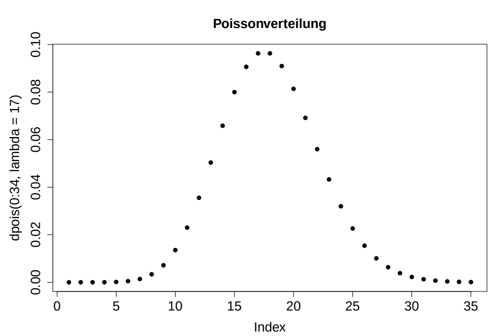
8. Raucher

In Deutschland gibt es insgesamt 22 Mio. Raucher. Dies entspricht 27% der deutschen Bevölkerung.
Unter allen Rauchern sind 61% männlich, während von allen Nichtrauchern gerade mal 46% männlich sind.
Außerdem sind 54% aller Nichtraucher und 39% aller Raucher weiblich.
Im Schnitt verbraucht ein Raucher 17 Zigaretten am Tag, wobei davon auszugehen ist, dass eine Packung durchschnittlich 20 Zigaretten enthält.
Hierzu wurden einige Berechnungen und Grafiken in R gemacht.

- Erläutern Sie den Input und interpretieren Sie den Output.
- Welche Berechnungen und Grafiken sind gemacht worden und warum?
- Gehen Sie insbesondere auch auf die jeweils getroffenen Annahmen ein.

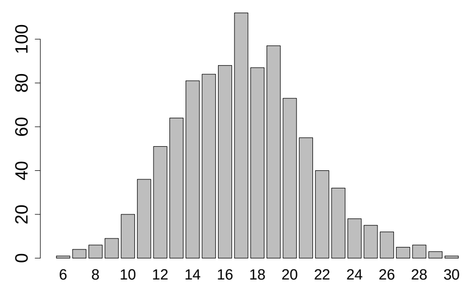
Hinweis zur Bearbeitung: Verwenden Sie in Ihrer Lösung die Zeilennummerierungen um sich auf die Stellen im Code zu beziehen!

```
01 | > (1-0.27) * 0.54 / ((1-0.27) * 0.54 + 0.27 * 0.39)
02 | [1] 0.7891892

03 | > lambda<-17
04 | > plot(dpois(0:34,lambda), pch=19, main="Poissonverteilung")
```




```
05 |  sum(dpois(9:25, lambda))
06 | [1] 0.96216
07 | ppois(28, lambda) - ppois(5, lambda)
08 | [1] 0.9943416

08 | > s<-rpois(1000, lambda)
09 | > mean(s)
10 | [1] 16.855
11 | > range(s)
12 | [1]  6 30
13 | > median(s)
14 | [1] 17
15 | > var(s)
16 | [1] 16.28626
17 | > IQR(s)
```

```
[1] 5
> table(s)
s
  6   7   8   9  10  11  12  13  14  15  16  17  18  19  20  21  22  23
  1   1   5  21  28  41  47  74  64  89  93 113  93  84  64  50  55  26
 24  25  26  27  28  29  30
 18  12   7   6   2   4   2
> barplot(table(s))
```




```
> p<-1-ppois(20,lambda)
> p
[1] 0.1945195
> 1-pbinom(30,365,p)
[1] 1
> 1-pbinom(60,365,p)
[1] 0.9195795
> 365*p
[1] 70.9996

> lambda_w<-7*17
> qnorm(0.95, lambda_w, sqrt(lambda_w))
[1] 136.9432
```