SS 2010 *Name:*

Matrikel-Nr.:

PROBEKLAUSUR ZU STOCHASTIK FÜR LEHRAMT

28. JUNI 2010
HILFSMITTEL: A4 BLATT MIT NOTIZEN, TR

Die Prüfung besteht aus zwei Teilen, die insgesamt 300 Punkte ergeben:
Teil 1: 10 Multiple Choice (MC) Aufgaben mit jeweils 5 Punkten
Teil 2: 5 von 8 Aufgaben mit jeweils 50 Punkten

Bitte ankreuzen, welche Aufgaben bewertet werden sollen (5 von 8)!

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	8	MC	Gesamt
Bewerten:										
Punkte:										

Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt oben rechts Ihren Namen!

Viel Erfolg!

Teil 1. Multiple Choice

Zu jeder Frage ist genau eine richtige Antwortmöglichkeit vorgegeben. Tragen Sie Ihre Lösungen in die Kästchen auf der **übernächsten** Seite ein. Die Rückseite der Blätter können Sie für Berechnungen sowie zu Anmerkungen und Erläuterungen Ihrer Lösungen verwenden.

(1) Ein Autohaus hat 20 Stellplätze für seine Autos. Diese sind auf zwei gleichgroße Reihen verteilt. Momentan hat das Autohaus genau 10 Autos, die es zu verkaufen gilt. Darunter sind 3 BMWs, 2 Opel, 2 Mercedes, 2 Volkswagen und ein Ferrari. Wie wiele Möglichkeiten die Autos anzuordnen gibt es, wenn die Autos nur bezüglich ihres Herstellers unterschieden werden?
a) $\frac{20!}{10!}$ b) $\binom{20}{10}$ c) $\frac{20!}{10!\cdot 3!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!}$ d) $\frac{10}{\binom{20}{10}}$

(2) Was ist das Ergebnis von pbinom (2,5,0.7)?
a) 0.51614 b) 0.16308 c) 0.1323 d) 0

(3) Sei $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ und $S = n\sum_{i=1}^n X_i$. Die Verteilung von S ist dann.
(a) $N(n^2\mu, n^3\sigma^2)$
(b) $N(n\mu, \frac{1}{n^2}\sigma^2)$
(c) $N(\mu, \sigma^2)$
(d) $N(n^2\mu, n^2\sigma^2)$

(4) Welche Aussage über die Exponentialverteilung $X \sim E(\lambda)$ ist falsch?
  (a) $F(s) = 1 - e^{-\lambda s}$
  (b) $V[X] = \frac{1}{\lambda^2}$
  (c) $P(X > a \mid X > b) = P(X > a - b)$
  (d) $P(X > s) = 1 - e^{-\lambda s}$

(5) Welche Aussage über das Histogramm ist richtig?
  (a) Die vertikale Achse wird in Klassen eingeteilt und für jede Klasse wird die relative Häufigkeit als Rechteck über der Klasse aufgetragen.
  (b) Da es leichter ist, Flächen statt Höhen zu vergleichen, werden unterschiedliche Klassenintervalle bevorzugt.
  (c) Hauptparameter eines Histogramms sind Ankerpunkt und Klassenbreite.
  (d) Ein Histogramm bietet eine Darstellung nur von kategoriellen Variablen.

(6) Der Zentrale Grenzwertsatz besagt, dass
  (a) die Gleichverteilung als Grenzverteilung eine Schlüsselrolle einnimmt.
  (b) die Standard-Normalverteilung als Grenzverteilung eine Schlüsselrolle einnimmt.
  (c) keine Verteilung Grenzverteilung sein kann.
  (d) zwei normalverteilte Zufallsvariablen immer unabhängig sind.

(7) Was gilt, wenn $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A)$ und $\mathbb{P}(A) > 0$, $\mathbb{P}(B) > 0$?
  (a) Die Ereignisse A und B sind abhängig.
  (b) $\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) = 1$.
  (c) Die Ereignisse A und B sind unabhängig.
  (d) $\frac{\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(A \cap B)} = \mathbb{P}(B)$.

(8) Die Wahrscheinlichkeit eines Autounfalls pro Jahr ist Poisson-verteilt mit $\lambda = 0.2$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zwei Unfälle in einem bestimmten Jahr zu haben?
a) 0.999 b) 0.2 c) 0.163 d) 0.0164

(9) Welche Aussage über ML-Schätzer ist richtig?
  (a) ML-Schätzer sind immer erwartungstreu.
  (b) ML-Schätzer sind konsistent.
  (c) ML-Schätzer haben die größte Effizienz bei normalverteilten Zufallsvariablen.
  (d) ML-Schätzer können nur berechnet werden, wenn die Dichten der Zufallsvariablen zweimal stetig differenzierbar sind.

(10) Eine Geschwindigkeitsmessung bei einer Verkehrskontrolle in einer 30 km/h Zone ergab folgende Werte (in km/h): 45, 33, 28, 23, 41, 35, 58, 34, 31, 45. Welche der Aussagen über Kenngrößen ist richtig?
  (a) Der Mittelwert der Daten ist 30.
  (b) Die Spannbreite der Daten ist 15.
  (c) Der Modus der Daten ist 58.
  (d) Der Median der Daten ist 34.5.

Antworten:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Verteilungstabelle der Standardnormalverteilung

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.000	0.5000	0.750	0.7734	1.500	0.9332	2.250	0.9878
0.025	0.5100	0.775	0.7808	1.525	0.9364	2.275	0.9885
0.050	0.5199	0.800	0.7881	1.550	0.9394	2.300	0.9893
0.075	0.5299	0.825	0.7953	1.575	0.9424	2.325	0.9900
0.100	0.5398	0.850	0.8023	1.600	0.9452	2.350	0.9906
0.125	0.5497	0.875	0.8092	1.625	0.9479	2.375	0.9912
0.150	0.5596	0.900	0.8159	1.650	0.9505	2.400	0.9918
0.175	0.5695	0.925	0.8225	1.675	0.9530	2.425	0.9923
0.200	0.5793	0.950	0.8289	1.700	0.9554	2.450	0.9929
0.225	0.5890	0.975	0.8352	1.725	0.9577	2.475	0.9933
0.250	0.5987	1.000	0.8413	1.750	0.9599	2.500	0.9938
0.275	0.6083	1.025	0.8473	1.775	0.9621	2.525	0.9942
0.300	0.6179	1.050	0.8531	1.800	0.9641	2.550	0.9946
0.325	0.6274	1.075	0.8588	1.825	0.9660	2.575	0.9950
0.350	0.6368	1.100	0.8643	1.850	0.9678	2.600	0.9953
0.375	0.6462	1.125	0.8697	1.875	0.9696	2.625	0.9957
0.400	0.6554	1.150	0.8749	1.900	0.9713	2.650	0.9960
0.425	0.6646	1.175	0.8800	1.925	0.9729	2.675	0.9963
0.450	0.6736	1.200	0.8849	1.950	0.9744	2.700	0.9965
0.475	0.6826	1.225	0.8897	1.975	0.9759	2.725	0.9968
0.500	0.6915	1.250	0.8944	2.000	0.9772	2.750	0.9970
0.525	0.7002	1.275	0.8988	2.025	0.9786	2.775	0.9972
0.550	0.7088	1.300	0.9032	2.050	0.9798	2.800	0.9974
0.575	0.7174	1.325	0.9074	2.075	0.9810	2.825	0.9976
0.600	0.7257	1.350	0.9115	2.100	0.9821	2.850	0.9978
0.625	0.7340	1.375	0.9154	2.125	0.9832	2.875	0.9980
0.650	0.7422	1.400	0.9192	2.150	0.9842	2.900	0.9981
0.675	0.7502	1.425	0.9229	2.175	0.9852	2.925	0.9983
0.700	0.7580	1.450	0.9265	2.200	0.9861	2.950	0.9984
0.725	0.7658	1.475	0.9299	2.225	0.9870	2.975	0.9985

Verteilungstabelle der Poissonverteilung

λ=15		λ=7		λ=6		λ=3	
x	$P(X \leq x)$	x	$P(X \leq x)$	x	$P(X \leq x)$	x	$P(X \leq x)$
1	0	0.5	0.0009	0.5	0.0025	0.2	0.0498
2	0	1	0.0073	1	0.0174	0.4	0.0498
3	0.0002	1.5	0.0073	1.5	0.0174	0.6	0.0498
4	0.0009	2	0.0296	2	0.062	0.8	0.0498
5	0.0028	2.5	0.0296	2.5	0.062	1	0.1991
6	0.0076	3	0.0818	3	0.1512	1.2	0.1991
7	0.018	3.5	0.0818	3.5	0.1512	1.4	0.1991
8	0.0374	4	0.173	4	0.2851	1.6	0.1991
9	0.0699	4.5	0.173	4.5	0.2851	1.8	0.1991
10	0.1185	5	0.3007	5	0.4457	2	0.4232
11	0.1848	5.5	0.3007	5.5	0.4457	2.2	0.4232
12	0.2676	6	0.4497	6	0.6063	2.4	0.4232
13	0.3632	6.5	0.4497	6.5	0.6063	2.6	0.4232
14	0.4657	7	0.5987	7	0.744	2.8	0.4232
15	0.5681	7.5	0.5987	7.5	0.744	3	0.6472
16	0.6641	8	0.7291	8	0.8472	3.2	0.6472
17	0.7489	8.5	0.7291	8.5	0.8472	3.4	0.6472
18	0.8195	9	0.8305	9	0.9161	3.6	0.6472
19	0.8752	9.5	0.8305	9.5	0.9161	3.8	0.6472
20	0.917	10	0.9015	10	0.9574	4	0.8153
21	0.9469	10.5	0.9015	10.5	0.9574	4.2	0.8153
22	0.9673	11	0.9467	11	0.9799	4.4	0.8153
23	0.9805	11.5	0.9467	11.5	0.9799	4.6	0.8153
24	0.9888	12	0.973	12	0.9912	4.8	0.8153
25	0.9938	12.5	0.973	12.5	0.9912	5	0.9161
26	0.9967	13	0.9872	13	0.9964	5.2	0.9161
27	0.9983	13.5	0.9872	13.5	0.9964	5.4	0.9161
28	0.9991	14	0.9943	14	0.9986	5.6	0.9161
29	0.9996	14.5	0.9943	14.5	0.9986	5.8	0.9161
30	0.9998	15	0.9976	15	0.9995	6	0.9665
31	0.9999	15.5	0.9976	15.5	0.9995	6.2	0.9665
32	1	16	0.999	16	0.9998	6.4	0.9665
33	1	16.5	0.999	16.5	0.9998	6.6	0.9665
34	1	17	0.9996	17	0.9999	6.8	0.9665
35	1	17.5	0.9996	17.5	0.9999	7	0.9881

Quantile $\chi^2_{df;1-\alpha}$ der χ^2-Verteilung

df $\diagdown \alpha$	0.100	0.050	0.025	0.020	0.010	0.005	0.0025	0.001	0.0005
1	2.705	3.841	5.023	5.411	6.634	7.879	9.140	10.827	12.115
2	4.605	5.991	7.377	7.824	9.210	10.596	11.982	13.815	15.201
3	6.251	7.814	9.348	9.837	11.344	12.838	14.320	16.266	17.730
4	7.779	9.487	11.143	11.667	13.276	14.860	16.423	18.466	19.997
5	9.236	11.070	12.832	13.388	15.086	16.749	18.385	20.515	22.105
6	10.644	12.591	14.449	15.033	16.811	18.547	20.249	22.457	24.102
7	12.017	14.067	16.012	16.622	18.475	20.277	22.040	24.321	26.017
8	13.361	15.507	17.534	18.168	20.090	21.954	23.774	26.124	27.868
9	14.683	16.918	19.022	19.679	21.665	23.589	25.462	27.877	29.665
10	15.987	18.307	20.483	21.160	23.209	25.188	27.112	29.588	31.419
11	17.275	19.675	21.920	22.617	24.724	26.756	28.729	31.264	33.136
12	18.549	21.026	23.336	24.053	26.216	28.299	30.318	32.909	34.821
13	19.811	22.362	24.735	25.471	27.688	29.819	31.883	34.528	36.477
14	21.064	23.684	26.118	26.872	29.141	31.319	33.426	36.123	38.109
15	22.307	24.995	27.488	28.259	30.577	32.801	34.949	37.697	39.718

Quantile $t_{n;1-\alpha}$ der t-Verteilung

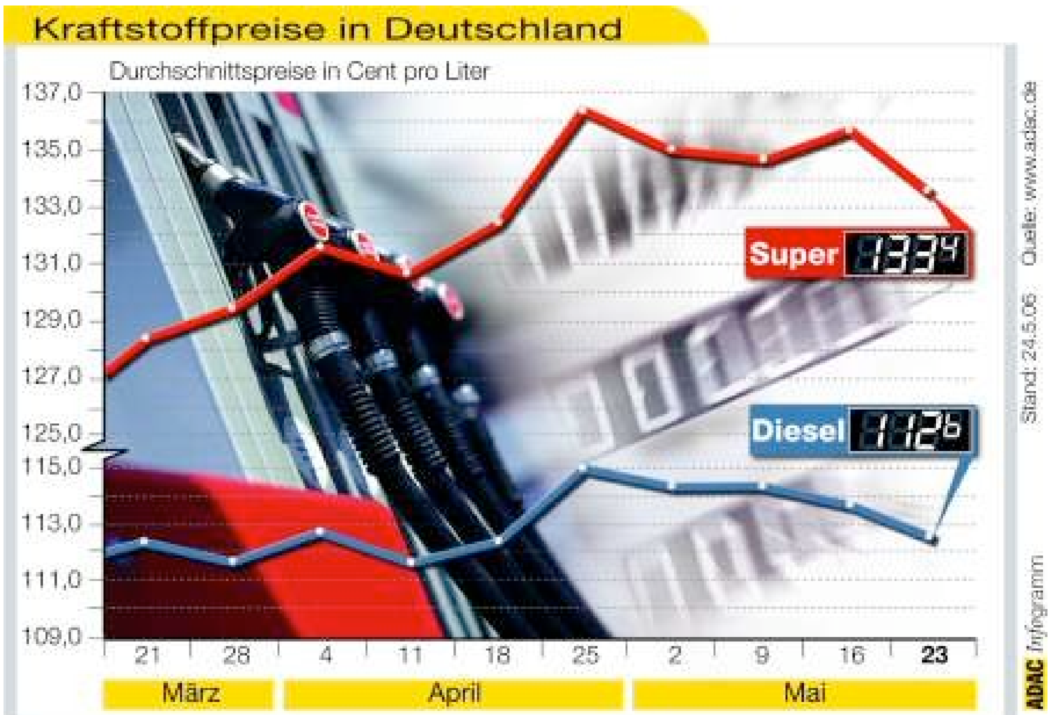
$n \diagdown \alpha$	0.100	0.050	0.025	0.020	0.010	0.005	0.0025	0.001	0.0005
1	3.077	6.313	12.706	15.894	31.820	63.656	127.321	318.308	636.619
2	1.885	2.919	4.302	4.848	6.964	9.924	14.089	22.327	31.599
3	1.637	2.353	3.182	3.481	4.540	5.840	7.453	10.214	12.923
4	1.533	2.131	2.776	2.998	3.746	4.604	5.597	7.173	8.610
5	1.475	2.015	2.570	2.756	3.364	4.032	4.773	5.893	6.868
6	1.439	1.943	2.446	2.612	3.142	3.707	4.316	5.207	5.958
7	1.414	1.894	2.364	2.516	2.997	3.499	4.029	4.785	5.407
8	1.396	1.859	2.306	2.448	2.896	3.355	3.832	4.500	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.249	3.689	4.296	4.780
10	1.372	1.812	2.228	2.359	2.763	3.169	3.581	4.143	4.586
11	1.363	1.795	2.200	2.328	2.718	3.105	3.496	4.024	4.436
12	1.356	1.782	2.178	2.302	2.680	3.054	3.428	3.929	4.317
13	1.350	1.770	2.160	2.281	2.650	3.012	3.372	3.851	4.220
14	1.345	1.761	2.144	2.263	2.624	2.976	3.325	3.787	4.140
15	1.340	1.753	2.131	2.248	2.602	2.946	3.286	3.732	4.072
16	1.336	1.745	2.119	2.235	2.583	2.920	3.251	3.686	4.014
17	1.333	1.739	2.109	2.223	2.566	2.898	3.222	3.645	3.965
18	1.330	1.734	2.100	2.213	2.552	2.878	3.196	3.610	3.921
19	1.327	1.729	2.093	2.204	2.539	2.860	3.173	3.579	3.883
20	1.325	1.724	2.085	2.196	2.527	2.845	3.153	3.551	3.849
25	1.316	1.708	2.059	2.166	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
50	1.298	1.675	2.008	2.108	2.403	2.677	2.936	3.261	3.496
100	1.290	1.660	1.983	2.080	2.364	2.625	2.870	3.173	3.390

Verteilungsfunktion der Binomialverteilung $B_{n;p}(k)$ für $p = 0.5$.

$n \setminus k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.500	1.000									
2	0.250	0.750	1.000								
3	0.125	0.500	0.875	1.000							
4	0.062	0.313	0.687	0.938	1.000						
5	0.031	0.188	0.500	0.812	0.969	1.000					
6	0.016	0.109	0.344	0.656	0.891	0.984	1.000				
7	0.008	0.063	0.227	0.500	0.773	0.938	0.992	1.000			
8	0.004	0.035	0.145	0.363	0.637	0.855	0.965	0.996	1.000		
9	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000	
10	0.001	0.011	0.055	0.172	0.377	0.623	0.828	0.945	0.989	0.999	1.000

Teil 2. **Bearbeiten Sie 5 der 8 Aufgaben!**

1. Benzinpreise



Analysieren Sie die obenstehende Grafik.

(a) Was genau wird dargestellt?
(b) Was halten Sie von den Skalen?
(c) Wie beurteilen Sie Farbwahl und Hintergrundbild?
(d) Geben Sie die drei größten Kritikpunkte an der Grafik an.
(e) Beurteilen Sie die Grafik getrennt nach Suggestivität, Eindeutigkeit, Übersichtlichkeit und Ästetik.
(f) Würden Sie etwas ändern, wenn ja was?

2. Tombola

Beim Tag der offenen Uni hat die Fachschaft Mathematik einen großen Stand mit verschiedenen Aktionen geplant. Unter anderem gibt es eine Tombola, bei der als Preise 10 identische Geodreiecke, 5 Tassen mit dem Universitätslogo, sowie als Hauptpreise zwei identische Taschenrechner und ein Bronstein 'Taschenbuch der Mathematik' zur Verfügung stehen.

a) Petra, die für den Aufbau des Standes verantwortlich ist, ordnet die 18 Preise nebeneinander auf einem Tisch an. Leider hat sie ihren Spickzettel mit der optimalen Anordnung vergessen. Wie viele Möglichkeiten der Anordnung gibt es, wenn sie sich nur noch daran erinnern kann, dass die Hauptpreise nebeneinander liegen müssen?

b) Anschließend befüllt sie die Lostrommel mit 300 Losen (18 Preise, 282 Nieten). Der erste Besucher kauft 20 Lose. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt er mindestens einen Preis? Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt er sogar einen Taschenrechner und eine Tasse? (exakte Verteilung)

Andreas die Sportskanone der Fachschaft hat sich eine weitere Aktion überlegt. Dazu hat er einen Basketballkorb aufgebaut. Jeder Besucher hat die Möglichkeit im Freiwurfwerfen gegen ihn anzutreten (5 Würfe, wer mehr Treffer hat gewinnt, bei Gleichstand der Teilnehmer). Hierbei trifft Andreas mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0.6$.

c) Ein Besucher tritt gegen ihn an und versenkt zwei der 5 Würfe. Da er vermutet,dass Andreas mehr als 2 trifft, schlägt er vor, weiterzumachen bis er 5 Treffer hat und die Versuche zu zählen. Andreas stimmt zu und der Herausforderer benötigt 10 weitere Versuche. Ist die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen f¸r den Besucher nun größer, oder hätte er lieber nach den 5 Versuchen aufgehört?

3. Schulaufgaben

In einer Schulklasse mit 30 Schülern werden innerhalb von zwei Wochen drei Schulaufgaben (Geschichte, Biologie und Mathematik) geschrieben. Die Punkte, die jeder Schüler in den jeweiligen Schulaufgaben erzielen kann, sind normalverteilt mit den folgenden Parametern:

Punkte in der Geschichtsschulaufgabe $X_g \sim N(30, 10^2)$,
Punkte in der Biologieschulaufgabe $X_b \sim N(40, 12^2)$,
Punkte in der Mathematikschulaufgabe $X_m \sim N(15, 5^2)$.

Beantworten Sie die nachfolgenden Fragen und begründen Sie Ihre Schritte (für die Verteilungstabelle der Standardnormalverteilung siehe nächste Seite).

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Schüler in Biologie mindestens acht Punkte mehr als in Geschichte hat? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Schüler in der Summe aller drei Schulaufgaben mehr als 80 Punkte erzielt?

(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, daß mehr als zwei Schüler mehr Punkte in Geschichte als in Biologie haben.

(c) Wie viele Schüler müßten die Schulaufgaben mitschreiben, damit die Wahrscheinlichkeit, daß wenigstens ein Schüler mehr Punkte in Geschichte als in Biologie hat, größer als 0.99 ist?

(d) Schätzen Sie mit Hilfe der Tschebyschew-Ungleichung für einen Schüler die Wahrscheinlichkeit ab, daß in der Mathematikschulaufgabe seine Punktzahl mehr als 10 Punkte von der erwarteten Punktzahl abweicht. Was ist der exakte Wert für diese Wahrscheinlichkeit?

4. Die Macht einer Minderheit und Mehrheitswahlrecht

Ein Ausschuss besteht aus fünf Mitgliedern. Zwei Mitglieder wollen unbedingt einen Vorschlag durchbringen. Die übrigen Mitglieder sind indifferent gegenüber diesem Vorschlag, das heißt, jedes der übrigen Mitglieder stimmt bei einer Abstimmung mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit zufällig für ja beziehungsweise nein.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird bei einer demokratischen Abstimmung unter den fünf Mitgliedern der Vorschlag angenommen?

b) Die Stadt München hat ca. 1,3 Mio. Einwohner. Bei einem Volksentscheid soll über ein Gesetz abgestimmt werden. Eine Minderheit von 2000 Personen will das Gesetz unter allen Umständen verhindern und stimmt mit nein, während der Rest wie vorher indifferent ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird das Gesetz durch den Volksentscheid abgelehnt, wenn wir annehmen, dass alle Einwohner abstimmen? (Berechne dabei eine approximative Wahrscheinlichkeit durch sinnvolle Verwendung der Normalverteilung.)

Ein Land habe 50 Mio. wahlberechtigte Bürger. Weiter gebe es nur zwei Parteien: die Arbeiterpartei „A“ und die Kapitalistenpartei „K“. Das ganze Land ist in 500 Wahlkreise mit je 100.000 Wählern unterteilt. Weiter herrscht dort das Mehrheitswahlrecht: In jedem Wahlkreis tritt ein Vertreter von A und ein Vertreter von K an. Der Sieger eines jeden Wahlkreises zieht ins Parlament ein, der Verlierer hat das Nachsehen. Das Parlament hat also genau 500 Sitze. Wir nehmen an, dass jeder Wähler mit Wahrscheinlichkeit $p = 0.51$ für Partei A und mit Wahrscheinlichkeit $q = 0.49$ für Partei K stimmt und dass jeder wahlberechtigte Bürger auch zur Wahl geht. Nachfolgende Wahrscheinlichkeiten können wieder näherungsweise durch sinnvolle Approximation mit der Normalverteilung berechnet werden.

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Partei A in einem bestimmten Wahlkreis gewinnt?

d) Wir groß ist demnach die Wahrscheinlichkeit, dass Partei A alle 500 Sitze des Parlaments gewinnt?

e) In einigen Ländern, wie zum Beispiel Großbritannien, werden die Parlamente auf diese Weise gewählt. Wieso führt dort das Mehrheitswahlrecht nicht zu solch extremen Ergebnissen?

5. Computermesse

Es sind 42% der Besucher einer Computermesse Fachbesucher.

(a) Seien 20% der weiblichen und 55% der männlichen Messebesucher Fachbesucher. Wie hoch ist dann der Anteil der männlichen Besucher dieser Messe? Ein zufällig ausgewählter Messebesucher sei ein Fachbesucher. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist diese Person männlich?

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind unter 50 befragten Messebesuchern genau 42% Fachbesucher?

(c) Durch eine Umfrage soll der Anteil der Fachbesucher unter den Messebesuchern überprüft werden. Wie viele Personen müßten mindestens befragt werden, damit man diesen Anteil mit mindestens 80% Sicherheit auf eine Abweichung von weniger als 0.02 ermitteln kann? Verwenden Sie dazu die Ungleichung von Tschebyschew.

(d) Für Aussteller ist die Messe auch deshalb interessant, weil durch Beratungsgespräche Verkaufsabschlüsse herbeigeführt werden können. Ein besonders eifriger Aussteller A hat sich zum Ziel gesetzt, bei 280 Beratungsgesprächen mindestens 55 Verkaufsabschlüsse zu erzielen. In der Branche kalkuliert man allerdings, dass höchstens 15% der Gespräche erfolgreich verlaufen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreicht Aussteller A sein Ziel? Verwenden Sie die Normalverteilung als Näherung.

6. Diagnostische Tests

Ein Bluttest A deckt zu 95% eine bestimmte Krankheit auf, wenn diese tatsächlich bei einem Patienten vorliegt. Der Test A liefert jedoch auch ein falsches Ergebnis für 1% aller tatsächlich gesunden Patienten.
Behandeln Sie unter Benutzung der Bayes-Formel die nachfolgenden Teilaufgaben und begründen Sie Ihre Schritte.

(a) Falls die Krankheit in 0.5% der Population vorliegt, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein zufällig betrachteter Patient tatsächlich die Krankheit trägt, wenn sein Testergebnis positiv ausfällt (d.h. der Test den Patienten als erkrankt diagnostiziert)?

(b) Ein zweiter 'Test' B sei derart, dass er immer positiv ausfällt, egal ob Krankheit vorliegt oder nicht. Wir betrachten einen gegebenen Patienten, von dem wir wissen, daß er tatsächlich erkrankt ist. Wir wählen ganz zufällig einen der beiden Tests aus, testen diesen Patienten damit, und stellen fest, daß der Test positiv ausfällt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß hierbei Test A eingesetzt wurde?

(c) Wir nehmen an, daß der gleiche Test, der in vorheriger Teilaufgabe zufällig gewählt wurde, ein zweites Mal auf einen weiteren Patienten angewendet wird, von dem wir wieder wissen, daß er erkrankt ist. Und wieder sei das Testergebnis positiv. Wie groß ist jetzt die Wahrscheinlichkeit, daß hierbei Test A eingesetzt wurde?

(d) Der gleiche Test werde zum dritten Mal auf einen dritten Patienten angewendet, von dem wir wieder wissen, daß er erkrankt ist. Nur diesmal fällt der Test negativ aus. Wie groß ist nun die Wahrscheinlichkeit, daß hierbei Test A eingesetzt wurde?

7. Bierschänke

Ein Wirt wird jeweils am Wochenende mit Bier beliefert. Die pro Woche verbrauchte Menge Bier (hl) sei eine Zufallsvariable mit folgender Dichte:

$$f(x) = 6x - 6x^2 \qquad x \in [0, a]$$

(a) Bestimmen Sie a so, dass f eine Dichtefunktion ist.

(b) Berechnen Sie $E[X]$ und $Var[X]$!

(c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Biervorrat des Wirtes in einer bestimmten Woche ausgetrunken wird, wenn er am Wochenende mit 0,6 hl Bier beliefert wird und er noch 0,2 hl von der letzten Woche übrig hatte?

(d) Nehmen Sie an, dass eine Stichprobe des Bierverbrauchs von 3 Wochen gegeben ist. Bestimmen Sie die Verteilung des Medians dieser Stichprobe!

(e) Am Freitag Abend ist für eine Hochzeitsgesellschaft reserviert. Die Gesellschaft besteht aus 40 Männern, 40 Frauen und 20 Kindern, sowie zusätzlich dem Brautpaar. Der Wirt nimmt an, dass die Biermenge in Litern pro Gast normalverteilt ist und zwar für Männer mit einem Mittelwert von 2 Litern und einer Standardabweichung von einem Liter und für Frauen mit einem Mittelwert von 1,5 Litern und einer Standardabweichung von 0,5 Litern. Kinder trinken gar kein Bier, während das Brautpaar zusammen einen Mittelwert von 6 Litern und eine Standardabweichung von 2 Litern hat. Der Wirt überlegt, wieviel Bier er bereitstellen muss, damit es mit 95% Wahrscheinlichkeit reicht. Können Sie ihm helfen?

8. R Output

Die kürzlich veröffentlichte Studie der Leukämie Fälle unter deutschen Kindern hat viel Aufsehen erregt. Einige Berechnungen in R sind hier gemacht worden, um die Ergebnisse der Studie zu überprüfen.
Erläutern Sie den Input und interpretieren Sie den Output. Welche Berechnungen sind gemacht worden und warum? Formulieren Sie Ihre Antworten in kurzer Berichtform.
Für einen Zeitraum von zwanzig Jahren sind 17 Fälle erwartet worden, und es gab in der Tat 37 Fälle.

```
> 1-ppois(36,17)
[1] 1.802502e-05

> ppois(25,17)-ppois(8,17)
[1] 0.96216

> p1<-1-ppois(1,17/20)
> p1
[1] 0.2092824

> p2<-1-ppois(2,17/20)
> p2
[1] 0.05487873

> 1-(1-p2)^20
[1] 0.676592
> 1-(1-p1)^20
[1] 0.9908709

> pbinom(2,20,p2)
[1] 0.9061585
> dbinom(0,20,p2)
[1] 0.323408

> y20<-rpois(20,17/20)
> mean(y20)
[1] 0.7
> table(y20)
y20
 0  1  2  3
10  7  2  1

> y1000<-rpois(1000,17/20)
> mean(y1000)
[1] 0.852
```

```
> table(y1000)
y1000
  0   1   2   3   4   5   6
410 385 162  34   6   1   2

> z1000<-1000*dpois(0:6,17/20)
> z1000
[1] 427.4149319 363.3026922 154.4036442
[4]  43.7476992   9.2963861   1.5803856
[7]   0.2238880
```