

Prof. Dr. Antony Unwin, Alexander Pilhöfer
Lehrstuhl für Rechnerorientierte Statistik und Datenanalyse
Institut für Mathematik
Universität Augsburg
<http://stats.math.uni-augsburg.de/>

Stochastik für Lehramt

Übungsblatt 2

Abgabe: Montag 10. Mai 2010, bis spätestens 10.00 Uhr; Briefkasten: Stochastik für Lehramt

Die Aufgaben können auch in Gruppen bearbeitet und abgegeben werden! Für jede Aufgabe gibt es 5 Punkte. Lösungen in R können in Form eines Skriptes per email an die jeweiligen Übungsgruppenleiter geschickt werden!

1. Sei X eine diskrete Zufallsvariable mit

$$P(X = 2^{-i}) = 2^{-i} \quad (i = 1, 2, \dots).$$

- (a) Zeigen Sie, dass eine Wahrscheinlichkeitsverteilung definiert wird.
- (b) Bestimmen Sie den Erwartungswert und Varianz von X .
- (c) Zeigen Sie hier auf direkte Weise, dass $E(aX + b) = aE(X) + b$ und $\text{Var}(aX + b) = a^2\text{Var}(X)$ (a, b reelle Zahlen) gelten.
- (d) **(vertieft)** Verwenden Sie die Funktionen `plot(x, y, type = 'l', col = 2, lwd = 2, lty = 'dashed')` und `cumsum(x)` um die Dichte und die Verteilung in R zu visualisieren! Was bedeuten die Parameter?
2. Berechnen Sie alle Wahrscheinlichkeiten dieser Aufgabe in R mit Hilfe der Funktionen `dbinom`, `pbinom`, `dnbinom` und `pnbinom`! Alternativ können Sie auch Excel oder eine andere Software verwenden oder die Ergebnisse per Hand berechnen!

Ein Teetrinker behauptet, schmecken zu können, ob der Tee auf den Zucker gegeben wurde, oder umgekehrt. Er erklärt sich zu einem Experiment bereit: Jemand füllt zehn Tassen mit Zucker und Tee; bei jeder Tasse entscheidet er durch einen Münzwurf, ob er zuerst Zucker oder zuerst Tee in die Tasse gibt. Danach wird der Teetrinker in das Zimmer gelassen und darf probieren.

Angenommen, er würde nur raten:

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens achtmal richtig tippt?
- (b) Ist diese Wahrscheinlichkeit kleiner oder größer als dass er mindestens 16 mal richtig tippt bei 20 Versuchen?
- (c) Nehmen wir nun an, er besäße tatsächlich ein gewisses Gespür und liege in 80% der Fälle richtig. Er tritt mit dem Experiment bei Wetten-Dass auf, wo er zum Gewinn mindestens 9 von 12 Mal korrekt antworten muss. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt er bereits nach 10 Versuchen? Mit welcher Wahrscheinlichkeit verliert er bereits mit dem fünften Versuch?

3. Verifizieren Sie die nachfolgenden Rekursionsformeln.

(a) $\text{Binomial}(k + 1; N, p) = \frac{(N-k)p}{(k+1)(1-p)} \text{Binomial}(k; N, p)$.

(b) $\text{Poisson}(k + 1; \lambda) = \frac{\lambda}{k+1} \text{Poisson}(k; \lambda)$.

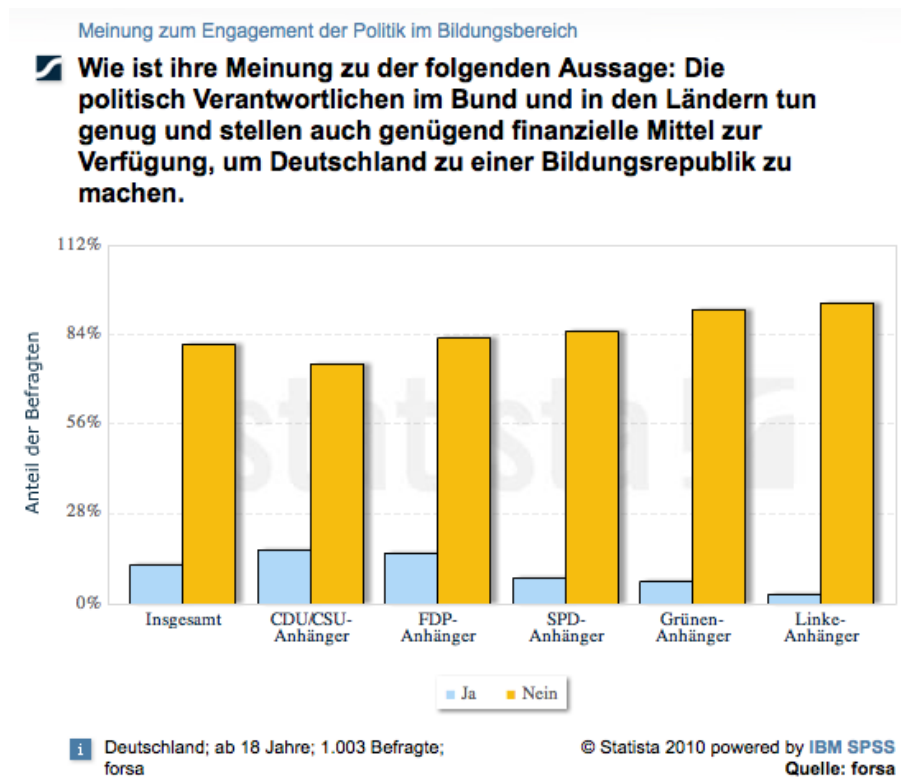
(c) $\text{Hypergeometrisch}(k + 1; n, N, K) = \frac{(K-k)(n-k)}{(k+1)(N-K-n+k+1)} \text{Hypergeometrisch}(k; n, N, K)$.

4. Laut Liefervertrag darf in einer Firma eine Lieferung im Umfang von 1000 Teilen höchstens 2% defekte Teile enthalten. Laut Prüfverfahren wird die Lieferung zurückgewiesen, wenn eine Stichprobe vom Umfang 50 mindestens ein defektes Stück enthält.

(a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine Lieferung, die genau 2% defekte Teile enthält, zurückgewiesen? Benutzen Sie zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit die exakte Verteilung. Um welche handelt es sich?

(b) Unter welcher anderen approximativen Verteilung wäre eine ungefähre Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit möglich? Begründen Sie Ihre Wahl und vergleichen Sie die erhaltenen Werte. Was würde passieren, wenn die Firma den Lieferumfang erhöhte?

5. (a) Beurteilen Sie die nachfolgende Grafik in Bezug auf Suggestivität, Eindeutigkeit und Ästhetik.



(b) Was wird dargestellt? Ist die Darstellung gelungen? Diskutieren Sie die Grafik in Ihrer Übung!

(c) Um mehr zu erfahren besuchen Sie <http://de.statista.com/statistik/daten/studie/156081/umfrage/meinung-zum-engagement-der-politik-im-bildungsbereich/>! Etwas weiter unten auf der Seite finden Sie auch weitere 'verwandte Statistiken'. Natürlich dürfen Sie auch diese gerne untersuchen!