



Prof. Dr. Antony Unwin, Alexander Pilhöfer  
Lehrstuhl für Rechnerorientierte Statistik und Datenanalyse  
Institut für Mathematik  
Universität Augsburg  
<http://stats.math.uni-augsburg.de/>

## Stochastik für Lehramt

### Übungsblatt 3

**Abgabe:** Montag 17. Mai 2010, bis spätestens 10.00 Uhr; Briefkasten: Stochastik für Lehramt

Die Aufgaben können auch in Gruppen bearbeitet und abgegeben werden! Für jede Aufgabe gibt es 5 Punkte. Lösungen in R können in Form eines Skriptes (Textdatei) per email an die jeweiligen Übungsgruppenleiter geschickt werden!

---

Grundlegendes:

- (a) Welche Binomialverteilungen können durch  $\text{Pois}(\lambda = 30)$  approximiert werden?
- (b) Nach Bayes gilt  $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)$ . Was gilt dann für  $P(A \cap B \cap C)$ ?
- (c) Wie hängen die geometrische Verteilung und die negative Binomialverteilung zusammen?

---

1. Seien  $A$  und  $B$  Ereignisse, wobei  $P(B) > 0$ .

- (a) Sind die Ereignisse  $A$  und  $B$  unabhängig, so sind es auch die Ereignisse  $A$  und  $\bar{B}$ , die Ereignisse  $\bar{A}$  und  $B$  sowie die Ereignisse  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$ .
- (b)  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$  ist äquivalent zu  $P(A|B) = P(A)$ .
- (c)  $P(A|\bar{B}) = P(A|B)$  impliziert "A und B sind unabhängig".

2. Eine englische Studie untersucht die Anzahl der Morde je Tag in London in einem Zeitraum von 1095 Tagen zwischen April 2004 und März 2007. Die Gesamtzahlen ergaben sich wie folgt:

Morde	0	1	2	3	4	5 oder mehr
Tage	713	299	66	16	1	0

Folgende Teilaufgaben sollen in R behandelt werden.

- (a) Erzeugen Sie ein R-Objekt der Daten und stellen Sie sie mit Hilfe des Befehls `barplot()` dar! Welche Verteilung könnte auf die Daten passen? Begründen Sie ihre Wahl!
- (b) Was würden Sie als "mittlere Anzahl" von Todesfällen in einem Jahr ansehen?
- (c) Berechnen Sie für die von Ihnen gewählte Verteilung die Wahrscheinlichkeiten dafür, die Ereignisse 0, 1, 2, 3, 4 sowie *mehr als 5* zu beobachten.
- (d) Plotten Sie eine geeignete Graphik, die diese berechneten Wahrscheinlichkeiten mit den beobachteten relativen Häufigkeiten vergleichend darstellt. Beurteilen Sie den Plot im Hinblick auf Übereinstimmung. Wie gut beschreibt die Verteilung die Daten?

3. In der Fußball Bundesliga tritt der FC Augsburg zu zwei Relegationsspielen gegen den 1.FC Nürnberg an. Die Ergebnisse der beiden Spiele werden addiert, und die bessere Mannschaft wird nächste Saison in der 1. Bundesliga spielen. Der FC Augsburg hat in der aktuellen Saison 60 Tore in 34 Spielen geschossen, die Nürnberger dagegen erreichten nur 32 Tore in 34 Spielen.

Gehen Sie im Folgenden von geeigneten Poissonverteilungen für die Anzahl der Tore pro Spiel aus. Geben Sie als Antworten die mathematischen Ausdrücke zu folgenden Fragestellungen an:

- Wie wahrscheinlich ist es, dass Augsburg das erste Spiel 1:0 gewinnt?
- Wie wahrscheinlich ist es, dass die ersten beiden Spiele jeweils unentschieden ausgehen? Wie wahrscheinlich ist es, dass es nach zwei Spielen insgesamt unentschieden steht?
- Angenommen, Augsburg steigt mit einem Tor Vorsprung nach zwei Spielen in die erste Bundesliga auf. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hatte Augsburg das erste Spiel mit einem Tor Vorsprung gewonnen? Benutzen Sie die Formel von Bayes!
- Sind die oben verwendeten Torraten repräsentativ? Wie fließen hier bedingte Wahrscheinlichkeiten ein? Welche Werte hätte man stattdessen verwenden können?
- (Zusatz)** Berechnen Sie die Ausdrücke aus den Aufgaben a) und b) mit R oder einer anderen Software!

4. Die Größe von Waldbränden werde mit positiven ganzen Zahlen  $s \in \{1, 2, 3, \dots\}$  klassifiziert. Ihre Verteilung sei

$$P(\text{Größe} = s) = 0.5^s.$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Waldbrand entdeckt wird, hängt von der Größe des Brandes ab:

$$P(\text{entdeckt} | \text{Größe} = s) = 1 - \kappa \cdot 0.6^s.$$

- Zeigen Sie, dass mit obigem ersten Ausdruck eine Wahrscheinlichkeitsverteilung definiert ist. Welche Werte für  $\kappa$  sind im zweiten Ausdruck möglich? Interpretieren Sie die beiden Parametrisierungen. Was würde der zweite Ausdruck im Fall der Setzung  $\kappa := 0$  besagen?
  - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Waldbrand größer als  $s_0 \in \{1, 2, 3, \dots\}$  klassifiziert wird, unter der Bedingung, daß er entdeckt worden ist?
5. Betrachten Sie die interaktive Grafik zu den Wahlen in UK auf [http://news.bbc.co.uk/2/hi/uk\\_news/politics/election\\_2010/8609989.stm](http://news.bbc.co.uk/2/hi/uk_news/politics/election_2010/8609989.stm).
- Beurteilen Sie die nachfolgenden Grafiken in Bezug auf Suggestivität, Eindeutigkeit und Ästhetik.
  - Was wird dargestellt? Ist die Darstellung gelungen? Diskutieren Sie die Grafik in Ihrer Übung!
  - Was sagt die Karte aus? Wie könnte die Farbveränderung auf der Karte modelliert sein?

---

**(R)** Bearbeiten Sie folgende kurze Fragestellungen in R!

- Wie wahrscheinlich ist es, im Lotto 4 'Richtige' zu haben?
- Die Anzahl der Fliegen, die pro Stunde durch ein geöffnetes Fenster kommen, sei Poissonverteilt mit  $\lambda = 12$ . Wie wahrscheinlich ist es, zwischen 5 und 8 Fliegen zu beobachten? Verwenden Sie hierzu ausschließlich die Funktion `ppois`!
- Die Wahrscheinlichkeit mit einer Fliegenklatsche zu treffen sei  $p = 0.3$ . Wie wahrscheinlich ist es, dass man mindestens 20 Schläge braucht um 10 Fliegen zu erlegen?