



## Wahrscheinlichkeitstheorie

### Übungsblatt 3

**Abgabe:** Mittwoch, 9.11.05, 14.00 Uhr, Briefkästen: Wahrscheinlichkeitstheorie.  
Insgesamt können maximal 25 Punkte erreicht werden.

- Die Zahl der Anfragen an den WWW-Server des Lehrstuhls für Rechnerorientierte Statistik und Datenanalyse ([www.rosuda.org](http://www.rosuda.org)) in einer Minute sei poissonverteilt mit Parameter  $\lambda$ . Insgesamt können maximal  $m$  Anfragen gleichzeitig bearbeitet werden. Anfragen, bei denen wegen Netzüberlastung keine Verbindung zustande kommt, gehen verloren und werden nicht wiederholt.
  - Wie hängt der Anteil verlorengegangener Anfragen von  $\lambda$  und  $m$  ab?
  - Der zuständige Netzadministrator argumentiert, daß man für eine mit Parameter  $\lambda = 5$  poissonverteilte Anzahl von Anfragen nur  $m = 5$  Anschlüsse bräuchte, dann "würden kaum mehr als 5% der Anfragen verloren gehen." Wie groß müßte in diesem Modell  $m$  sein, damit weniger als 5% der Anfragen verloren gehen?
- An einer Losbude ist mit Wahrscheinlichkeit  $p$  auf einem gezogenen Los ein Tier abgebildet. Wer  $m$  nicht notwendigerweise verschiedene Tiere abgibt, gewinnt einen Preis.
  - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß man einen Preis gewinnt, ohne mehr als  $2m$  Lose gekauft zu haben? Welche Annahmen haben Sie gemacht und wie realistisch sind diese Annahmen?
  - Angenommen man muss  $m$  verschiedene Tiere haben, und ein seltenes tritt nur mit einer relativen Häufigkeit von  $p \leq 0.01$  auf, so daß sich das Problem darauf reduziert dieses Tier zu bekommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß man weniger als 20 Lose kaufen muß, um den Hauptgewinn zu erhalten? Wenn  $N$  Leute Lose kaufen und  $p = 0.001$  angenommen wird, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß mehr als 5 Personen weniger als 20 Lose kaufen müßten um einen Hauptgewinn zu gewinnen?
- Es wird angenommen, daß die Zahl der Unfälle für eine Person poisson-verteilt ist, aber für jede Person mit einem anderen Parameter. Einer hat im Durchschnitt  $\lambda_1 = 2$  Unfälle pro Jahr, ein anderer  $\lambda_2 = 4$ . Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß der erste mehr Unfälle in einem Jahr hat als der zweite? Geben Sie einen allgemeinen Ausdruck dafür, wenn nur bekannt ist, daß  $\lambda_1 = 2\lambda_2$ .

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß der zweite genausoviele Unfälle wie der erste hat? Plotten Sie diese Funktion im Bereich  $0.1 \leq \lambda \leq 3$ .
- Eine Gruppe von  $n$  Personen möchte ein Mitglied zur Erledigung einer unangenehmen Aufgabe durch das bekannte "Streichholzverfahren" ( $n$  Streichhölzer, eines davon ein kurzes) bestimmen. Die erste Person, Frau A., zieht ein langes Streichholz. Nun meldet sich Herr B. zu Wort: "Mir ist jetzt klar geworden, daß das Verfahren unfair ist, denn die Chance zu verlieren ist ja nun  $1/(n-1)$ , während Frau A. nur mit der Chance  $1/n$  zu verlieren brauchte. Deshalb bin ich nun nicht mehr bereit, an diesem Verfahren teilzunehmen." Was halten Sie von dieser Ansicht?
- Berechnen Sie mittels der R-Funktion `dbinom` die Wahrscheinlichkeiten aus Aufgabe 4 von Blatt 2. Benutzen Sie weiter die Funktion `rbinom` um das in der Aufgabe beschriebene Szenario für 1.000 Versuche zu simulieren. Tabulieren Sie das Ergebnis mittels `table` und stellen Sie es mit `barplot` dar.

Wie groß sind die Unterschiede zum theoretischem Wert, und wie könnte man sie graphisch darstellen?