



Wahrscheinlichkeitstheorie

Übungsblatt 5

Abgabe: Mittwoch, 23.11.05, 14:00 Uhr, Briefkasten: Wahrscheinlichkeitstheorie.
Insgesamt können maximal 25 Punkte erreicht werden.

1. Die Zufallsvariable X sei diskret mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$f(x_j) = P(X = x_j) = P(X = j) = \frac{c}{3^j}, \quad j = 1, 2, 3, \dots$$

- (a) Bestimmen Sie die Konstante c
- (b) Berechne $P(X < 5)$, $P(X \geq 10)$ und $P(1 \leq X < 4)$.
2. Verkehrssünder U., der die Blutgruppe AB hat (5 % der Bevölkerung haben diese Blutgruppe), behauptet vor Gericht, seine Blutprobe sei verwechselt worden (dies passiert in 5% der Fälle) und verlangt eine Blutgruppenuntersuchung (welche zu 100% zweifelsfrei ist). Diese ergibt Übereinstimmung seiner Blutgruppe mit der der Blutprobe. Das Gericht sieht ihn als überführt an, wenn die Wahrscheinlichkeit für eine Verwechslung, nachdem die Gleichheit der Blutgruppen festgestellt worden ist, kleiner als 10^{-2} ist. Wird U. verurteilt?
3. An Studenten werden vor der Mensa m Lose verteilt, die jeweils mit Wahrscheinlichkeit p ein Gewinn sind. Unter den Gewinnern werden Mensagutscheine im Wert von € 1, 2 und 3 verlost. Dabei ist die Wahrscheinlichkeit für einen Gutschein im Wert von EUR j gleich p_j , $j = 1, 2, 3$.
- (a) Bestimmen Sie die wahrscheinlichkeitserzeugende Funktion für die Gewinnsumme, die der Veranstalter pro Student bereitstellen muß. Leiten Sie daraus den Erwartungswert und die Varianz dieser Größe ab. Nehmen Sie dabei an, daß alle Personen ihren Gewinn einlösen.
- (b) Die Lotterie beschließt, Lose an alle derzeit 15.000 Studenten zu verteilen.
- Welche Verteilung könnte man dann für den Durchschnitt des Gesamtgewinns einer zufälligen Stichprobe von 50 Personen anwenden.
 - Welche Verteilung könnte man für den Gesamtgewinn pro Student benutzen, wenn die Anzahl m der Lose pro Student sehr groß wird?
4. Student A. der Vorlesung "W-theorie" hat den Virus `click_me.exe` als e-mail Attachment bekommen und doch tatsächlich seinen Computer infiziert. Der Virus sucht sich aus seinem Adressbuch neue Opfer aus, und schickt diesen eine infizierte e-mail. Die Anzahl der Kommilitonen, die das Attachment öffnen, und sich damit infizieren, sei poissonverteilt mit Parameter λ .
- (a) Für welche λ werden nicht alle e-mail Benutzer infiziert?
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Virus nach 7 Generationen verschwunden wenn man annehmen kann, dass $\lambda = 0.7$ gilt?
- (c) Welche Voraussetzungen müssen gelten, damit (a) und (b) beantwortet werden können?
5. Durch eine Chromosom Mutation entsteht Farbenblindheit in durchschnittlich einer pro 100.000 Personen. In Augsburg gibt es dieses Jahr 20.000 Geburten. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass:
- Kein Fall von Farbenblindheit auftritt?
 - Mindestens ein Kind farbenblind ist?
 - Nicht mehr als drei Fälle von Farbenblindheit auftreten?

Stellen Sie die von Ihnen gewählte Dichtefunktion graphisch dar, und vergleichen Sie die "exakte" und approximierte Lösung!