

## 18.6.4 Methoden für Normal ZV

(1) Ein alter Vorschlag war

Erzeugen  $\{u_i, i = 1, \dots, 12\}$  u.i.v. aus  $G(0, 1)$   
und nehmen

$$x = \sum u_i - 6$$

Dann gilt

$$E[X] = 0 \quad \text{und} \quad V[X] = 1$$

und mit einer sehr optimistischen Interpretation der ZGW

$$X \sim N(0, 1)$$

Diese Methode liefert eine schlechte Approximation und ist langsam.

(2) Box-Muller

Seien  $U_1$  und  $U_2$  u.i.v.  $\sim U(0, 1)$ , dann sind

$$X_1 = \sqrt{-2 \log U_1} \cos 2\pi U_2$$

$$X_2 = \sqrt{-2 \log U_1} \sin 2\pi U_2$$

u.i.v. normalverteilt.  $X_1, X_2 \sim N(0, 1)$  Es stellt sich heraus, dass Box-Muller etwas aufwendig ist und dass es effizientere Ablehnungsmethoden gibt.

## Box-Muller Beweis

$$f(u_1, u_2) = 1 \quad 0 \leq u_1 \leq 1 \quad 0 \leq u_2 \leq 1$$

$$u_1 = e^{-\frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)}$$

$$u_2 = \frac{1}{2\pi} \sin^{-1} \frac{x_2}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}$$

und man könnte transformieren.

Leichter geht es in die andere Richtung. Wir fangen mit  $X_1, X_2$  u.i.v.  $\sim N(0, 1)$  an, und transformieren

$$X_1 = R \sin \theta \quad X_2 = R \cos \theta$$

$$g(r, \theta) = \frac{1}{2\pi} r e^{-\frac{1}{2}r^2}$$

$$0 \leq r < \infty \quad 0 \leq \theta < 2\pi$$

so dass  $R$  und  $\theta$  unabhängig sind. Nach den weiteren Transformationen

$$U_1 = e^{-\frac{1}{2}r^2} \quad \text{und} \quad U_2 = \frac{\theta}{2\pi}$$

gilt  $h(u_1, u_2) = 1$  für  $0 \leq u_1 \leq 1 \quad 0 \leq u_2 \leq 1$

## 18.7 Ein Verkehrsbeispiel

Autos fahren in einer Richtung. Es gibt einen Ampel, der 2 Minuten rot, 2 Minuten grün bleibt.

Wieviele Autos können pro Stunde durchfahren?

Was passiert, wenn die Anzahl Ankünfte Poissonverteilt ist?

Wie lange brauchen Autos, um durchzufahren?

Wie könnte man die Variabilität modellieren?

Wie sollte man Abbiegen modellieren?

Welche Wirkungen könnte Verkehr aus anderen Richtungen haben?

Welche Komplikationen könnte es bringen, wenn es mehrere Spuren gibt?

(Andere Faktoren: Lastwagen, Radfahrer, Fussgänger, Wetter, Unfälle, Pannen,.....)