WS 2011/2012 *Name:*

Matrikel-Nr.:

1. KLAUSUR
STOCHASTIK I – WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORIE

9. FEBRUAR 2012
HILFSMITTEL: A4 BLATT MIT NOTIZEN, TR

Die Prüfung besteht aus zwei Teilen, die insgesamt 100 Punkte ergeben:
Teil 1: Multiple Choice (jede Aufgabe 2 Punkte)
Teil 2: 4 von 6 Aufgaben mit jeweils 20 Punkten

Bitte kreuzen Sie an, welche Aufgaben Sie abgegeben haben!
Es werden nur die besten 4 Aufgaben gezählt!

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	MC	Gesamt
Bearbeitet:								
Punkte:								

Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt oben rechts Ihren Namen!

Viel Erfolg!

MC-Antworten:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Teil 1. Multiple Choice

Zu jeder Frage ist genau eine richtige Antwortmöglichkeit vorgegeben. Tragen Sie Ihre Lösungen in die Kästchen auf dem Deckblatt ein! Die Rückseite der Blätter können Sie für Berechnungen sowie zu Anmerkungen und Erläuterungen Ihrer Lösung verwenden.

(1) Die Zufallsvariablen X_1,X_2 seien unabhängig, identisch normalverteilt mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2. Welche der folgenden Aussagen ist falsch?
   (a) $X_1 + X_2 \sim N(2\mu, 2\sigma^2)$
   (b) $X_1 - X_2 \sim N(0, 2\sigma^2)$
   (c) $2X_1 \sim N(2\mu, 2\sigma^2)$
   (d) $2X_1 + 2X_2 \sim N(4\mu, 8\sigma^2)$

(2) In der Süddeutschen Zeitung vom 27. Januar 2012 wird der bayerische SPD-Landtagsabgeordnete und Ehrenvorsitzende der Polizeigewerkschaft, Harald Schneider zitiert: "Sicher, die Wahrscheinlichkeit, dass man derzeit in Freising überfallen wird, ist so hoch wie ein Sechser im Lotto." Die Wahrscheinlichkeit von einem Sechser im Lotto ist $7.151124 \cdot 10^{-8}$. Ende 2010 wohnten 45223 Leute in Freising. Wenn Herr Schneider meinte, dass die Wahrscheinlichkeit eines Überfalls für eine Person in Freising an einem Tag diese Grössenordnung hätte, wie wahrscheinlich wäre es dann, dass es innerhalb eines Jahres keinen Überfall in Freising gibt?
   (a) 0.307 (b) 0.997 (c) 0.003 (d) 0.693.

(3) Seien X_1, X_2 und X_3 unabhängig identisch verteilt mit Verteilungsfunktion $F(x)$. Wir setzen die Daten in aufsteigender Reihenfolge $x_{(1)} < x_{(2)} < x_{(3)}$ und betrachten die Zufallsvariablen $X_{(1)}, X_{(2)}$ und $X_{(3)}$. Was stimmt **nicht**?
   (a) $P(X_{(1)} \leq x) = 1 - (1 - F(x))^3$
   (b) $P(\text{median}(X_1, X_2, X_3) < x) = 2 \cdot F(x)^3 - 3 \cdot F(x)^2$
   (c) $P(X_{(3)} \geq x) = \sqrt[3]{1} - F(x)^3$
   (d) $P(X_{(3)} > X_{(2)}) = 1$

(4) Strack, Martin und Schwarz (1988) fragten Studenten wie glücklich Sie waren und hinterher wieviele "Dates" sie im letzten Monat hatten. Die Korrelation war -0.12. Dieselben Fragen in der umgekehrten Reihenfolge sind einer anderen Gruppe von Studenten gestellt worden und die Korrelation war 0.66. Diese Studie zeigt, dass
   (a) Korrelationen höchst unzuverlässig sind.
   (b) die Stichprobengrößen sehr klein gewesen sein müssen.
   (c) die Reihenfolge der Fragen wichtig sein kann.
   (d) Studenten Umfragen nicht ernst nehmen und die Fragen willkürlich beantworten.

(5) Welche Aussage über die Quantile **q** mit $P(X \leq q) = p$ einer Verteilung ist richtig?
  (a) Quantile einer Normalverteilung lassen sich in R mit dem Befehl *rnorm()* berechnen
  (b) Das 50%- Quantil einer symmetrischen Verteilung ist gleich dem Erwartungswert der Verteilung
  (c) Quantile existieren nur für stetige Verteilungen
  (d) Das 100%- Quantil exisitert für jede stetige Verteilung

(6) Welche der nachfolgenden Aussagen ist richtig?
  (a) Die momenterzeugende Funktion existiert immer.
  (b) Verteilungen werden eindeutig durch ihre Momente definiert.
  (c) Zwei identisch verteilte ZV X und Y können unterschiedliche charakteristische Funktionen besitzen.
  (d) Falls die momenterzeugende Funktion existiert, ist sie eindeutig.

(7) Sei im folgenden $f_X(x)$ die Dichte von X, $f_Z(z)$ die Dichte von Z, $f_{X,Z}(x,z)$ die gemeinsame Dichte von X, Z und $f_{X|Z}(x|z)$ die Dichte von X gegeben Z. Welche Aussage hat im Allgemeinen den gleichen Wahrheitsgehalt wie 1=0?
  (a) $f_{X|Z}(x|z) \cdot f_Z(z) = f_{X,Z}(x,z)$
  (b) $\frac{P(A \cap B)}{P(A|B)} = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\overline{A}) \cdot P(\overline{A})$
  (c) $P(A|B \cap C) = \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(B) \cdot P(C)}$
  (d) $f_X(x) = \int_z f_Z(z) \cdot f_{X|Z}(x|z) \mathrm{dz}$

(8) Die Zufallsgröße X sei exponentialverteilt zum Parameter $\lambda = 0.1$. Außerdem definieren wir $Y := \lfloor X \rfloor$, wobei für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt

$$\lfloor x \rfloor := \max \{k \in \mathbb{Z} | k \leq x\} .$$

Der Erwartungswert von $\lfloor Y \rfloor$ beträgt nun (gerundet auf drei Dezimalstellen)
  (a) 9.508 (b) 10.801 (c) 8.983 (d) 8.713

(9) Seien $N \sim B(n,p)$ und $X_i \sim U(a,b)$, $i = 1..N$. Dann ist die charakteristische Funktion von $Y = \sum_{i=1}^{N} X_i$ gegeben durch
  (a) $\zeta_Y(z) = (pN\frac{z-a}{b-a} + 1 - p)^n$
  (b) $\zeta_Y(z) = (p\left(\frac{e^{ibz} - e^{iaz}}{i(b-a)z}\right) + 1 - p)^n$
  (c) $\zeta_Y(z) = \left(\frac{e^{ibz} - e^{iaz}}{i(b-a)z}\right) \cdot (pz + 1 - p)^n$
  (d) $\zeta_Y(z) = e^{Np(e^{iz}-1)} \cdot (pe^{iz} + 1 - p)^n$

(10) Welche Aussage über Simulationen und Zufallszahlen ist falsch?

(a) Für eine Reihe X_i von echten Zufallszahlen gilt in der Theorie $CoV(X_i, X_j) = 0$, falls $i \neq j$. In der Praxis würde man jedoch Werte ungleich 0 beobachten.

(b) Diskrete Verteilungen können mit Hilfe einer Stichprobe aus einer Gleichverteilung simuliert werden.

(c) Eine Möglichkeit um Zufallsvariablen mit nicht invertierbarer Verteilungsfunktion zu simulieren, besteht darin, zunächst die charakteristische Funktion zu simulieren und anschließend geeignet rückzutransformieren.

(d) Die Pseudozufallszahlen aus linear-kongruenten Generatoren sind periodisch.

Verteilungstabelle der Standardnormalverteilung

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.000	0.5000	0.750	0.7734	1.500	0.9332	2.250	0.9878
0.025	0.5100	0.775	0.7808	1.525	0.9364	2.275	0.9885
0.050	0.5199	0.800	0.7881	1.550	0.9394	2.300	0.9893
0.075	0.5299	0.825	0.7953	1.575	0.9424	2.325	0.9900
0.100	0.5398	0.850	0.8023	1.600	0.9452	2.350	0.9906
0.125	0.5497	0.875	0.8092	1.625	0.9479	2.375	0.9912
0.150	0.5596	0.900	0.8159	1.650	0.9505	2.400	0.9918
0.175	0.5695	0.925	0.8225	1.675	0.9530	2.425	0.9923
0.200	0.5793	0.950	0.8289	1.700	0.9554	2.450	0.9929
0.225	0.5890	0.975	0.8352	1.725	0.9577	2.475	0.9933
0.250	0.5987	1.000	0.8413	1.750	0.9599	2.500	0.9938
0.275	0.6083	1.025	0.8473	1.775	0.9621	2.525	0.9942
0.300	0.6179	1.050	0.8531	1.800	0.9641	2.550	0.9946
0.325	0.6274	1.075	0.8588	1.825	0.9660	2.575	0.9950
0.350	0.6368	1.100	0.8643	1.850	0.9678	2.600	0.9953
0.375	0.6462	1.125	0.8697	1.875	0.9696	2.625	0.9957
0.400	0.6554	1.150	0.8749	1.900	0.9713	2.650	0.9960
0.425	0.6646	1.175	0.8800	1.925	0.9729	2.675	0.9963
0.450	0.6736	1.200	0.8849	1.950	0.9744	2.700	0.9965
0.475	0.6826	1.225	0.8897	1.975	0.9759	2.725	0.9968
0.500	0.6915	1.250	0.8944	2.000	0.9772	2.750	0.9970
0.525	0.7002	1.275	0.8988	2.025	0.9786	2.775	0.9972
0.550	0.7088	1.300	0.9032	2.050	0.9798	2.800	0.9974
0.575	0.7174	1.325	0.9074	2.075	0.9810	2.825	0.9976
0.600	0.7257	1.350	0.9115	2.100	0.9821	2.850	0.9978
0.625	0.7340	1.375	0.9154	2.125	0.9832	2.875	0.9980
0.650	0.7422	1.400	0.9192	2.150	0.9842	2.900	0.9981
0.675	0.7502	1.425	0.9229	2.175	0.9852	2.925	0.9983
0.700	0.7580	1.450	0.9265	2.200	0.9861	2.950	0.9984
0.725	0.7658	1.475	0.9299	2.225	0.9870	2.975	0.9985

Teil 2.

Bearbeiten Sie 4 der 6 Aufgaben!

1. Zur violetten Gans

Im Restaurant "Zur violetten Gans" findet eine Geburtstagsfeier statt. In dem extra dafür reservierten Raum ist Platz für 50 Personen.

(a) Die Anzahl der verspäteten Personen sei Poissonverteilt mit Erwartungswert $\lambda = 2$. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich insgesamt mehr Personen als erwartet verspäten? Geben Sie hierfür auch einen entsprechenden R-Befehl an.

(b) Falls großer Hunger vorhanden ist, besteht beim Hauptgericht die Möglichkeit einmal nachzubestellen. Die Geschäftsführerin geht davon aus, dass Männer davon in 70% der Fälle und Frauen zu 40% Gebrauch machen. Geben Sie eine Formel für die Wahrscheinlichkeit an, dass insgesamt mehr als 30 der 50 Gäste nachbestellen, wenn insgesamt 23 Männer unter ihnen sind.

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Person die nachbestellt hat, männlich ist.

(d) Agnes feiert ihren 100. Geburtstag. Auf der Geburtstagstorte befindet sich stellvertretend für jedes Jahrzehnt genau eine Kerze. Sie macht sich daran, die Kerzen eine nach der anderen auszupusten, wobei sie jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von 70% Erfolg hat. Aufgrund ihres fortgeschrittenen Alters reicht es, wenn sie mindestens 7 von 10 Kerzen erfolgreich auspustet, um sich etwas wünschen zu dürfen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie dies bereits genau mit dem 9. Versuch schafft? Geben Sie hierfür ebenfalls einen entsprechenden R-Befehl an.

(e) Die herzensgute Agnes hat sich vorgenommen, ihre Geldgeschenke einem guten Zweck zu spenden. Alle Gäste hielten sich an ihren Wunsch entweder Blumen, 50 Euro oder 100 Euro zu schenken. Sie rechnet mit 20 Geschenken insgesamt von denen jedes mit einer Wahrscheinlichkeit von 20% Blumen sind. Aus Erfahrungen vieler vorangegangener Geburtstage rechnet Sie damit, dass im Schnitt nur 3 von 8 Geldgeschenken 100 Euro betragen werden.

Bestimmen Sie die wahrscheinlichkeitserzeugende Funktion (WEF) für den Spendenbetrag und berechnen Sie den erwarteten Spendenbetrag mit Hilfe dieser Funktion!

(f) Wie lautet die WEF für den Spendenbetrag, wenn nun die Anzahl der Geschenke N Poissonverteilt mit Parameter $\lambda_N = 20$ ist?

2. Fussballturnier

An einem Fußballturnier nehmen 16 Mannschaften teil, die auf vier Gruppen (A,B,C,D) verteilt werden müssen. Die Verteilung auf die Gruppen erfolgt derart, dass die drei besten am Turnier teilnehmenden Mannschaften auf jeden Fall in verschiedenen Gruppen sind.

(a) Wie viele verschiedene Zuteilungen der Mannschaften auf die vier Gruppen sind möglich, wenn
   i) die Gruppen (A, B, C, D) unterschieden werden?
   ii) die Gruppen nicht unterschieden werden?

Die Zuteilung auf die Gruppen ist erfolgt. In der Gruppenphase des Turniers muss jede Mannschaft gegen die drei anderen Mannschaften seiner Gruppe spielen. Der Gruppenerste und der Gruppenzweite ziehen ins Viertelfinale ein. Im Viertelfinale spielt nun der Erste der Gruppe A gegen den Zweiten der Gruppe B und der Zweite der Gruppe A gegen den Ersten der Gruppe B. Analog wird mit den Gruppen C und D verfahren.

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit treffen im Viertelfinale die Mannschaften „FCA“ aus Gruppe A und „FCB“ aus Gruppe B aufeinander, wenn alle Mannschaften als gleich stark angenommen werden können?

(c) Wie viele verschiedene Konstellationen an Begegnungen sind im Viertelfinale insgesamt möglich?

Im Halbfinale ergeben sich die Paarungen FCA vs. FCN und FCK vs. FCB, die im Vorjahr die Ränge 3, 6, 5 und 8 belegten.

(d) Ein Modell besagt, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Sieg umgekehrt proportional zur Wurzel des Vorjahresranges sei. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt der FCA das Turnier unter diesem Modell?

(e) Student C. ist das obige Modell zu kompliziert. Er bemüht google und findet folgende Simulation in R:

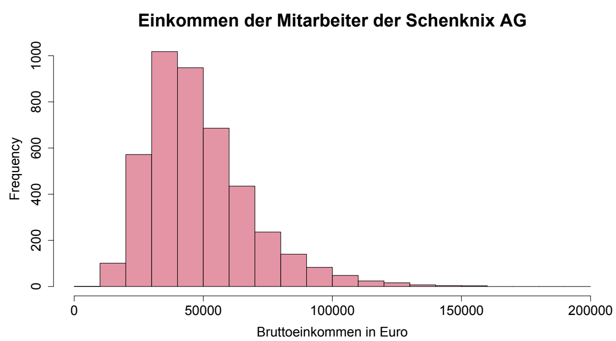
```
> fca <- rbinom(n = 10000, size = N[1], prob = p[1])
> fcn <- rbinom(n = 10000, size = N[2], prob = p[2])
> fck <- rbinom(n = 10000, size = N[3], prob = p[3])
> fcb <- rbinom(n = 10000, size = N[4], prob = p[4])

> ( p.an <- sum( fca > fcn )/(10000 - sum(fca == fcn)) )
      [1] 0.6270032
> ( p.ak <- sum( fca > fck )/(10000 - sum(fca == fck)) )
      [1] 0.6603892
> ( p.ab <- sum( fca > fcb )/(10000 - sum(fca == fcb)) )
      [1] 0.7998022
> ( p.kb <- sum( fck > fcb )/(10000 - sum(fck == fcb)) )
      [1] 0.6670591
> ( p.fca.gewinnt <- p.an*(p.ak*p.kb + p.ab*(1-p.kb)) )
      [1] 0.4431693
```

Er bittet Sie als R-Experten um Hilfe. Erläutern Sie die Analyse.: Was könnte hier simuliert worden sein und welche Bedeutung haben N und p? Welche Annahmen wurden hier gemacht?

3. Einkommen

In einer Studie wurde die Einkommensverteilung der Angestellten der Schenknix AG untersucht. Es stellte sich heraus, dass 2.5 % der Angestellten jährlich weniger als 20 000 Euro verdienen, während 2.5 % über ein Jahreseinkommen von mehr als 100 000 Euro verfügen.

(a) Abb. 1 zeigt die Einkommensverteilung der Firma. Ein Kollege hat für verschiedene Berechnungen seine Lieblingsverteilung - die Normalverteilung - verwendet. Erläutern Sie ihm, warum diese hier keine passende Verteilung ist, und wie er durch eine monotone Transformation dennoch die Normalverteilung einsetzen könnte! Benennen Sie die entstandene Verteilung!



(b) Die 2σ-Regel besagt, dass für eine $N(\mu, \sigma^2)$-verteilte Zufallsgröße X gilt

$$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.95.$$

Bestimmen Sie mithilfe dieser Regel die Parameter der Verteilung aus der ersten Teilaufgabe, sodass diese den Daten der Studie entsprechen.

(c) Die Gewerkschaft ist über die Ergebnisse der Studie entsetzt und fordert alle Angestellten zur Teilnahme an einer Demonstration unter dem Motto *Wir sind die 99 %* auf. Frau Yilmaz, die selbst 120 000 Euro im Jahr verdient, unterstützt die Forderungen der Gewerkschaft, ist sich aber nicht sicher, ob sie nicht selbst zu den 1 % Topverdienern der Schenknix AG gehört. Nutzen Sie die Verteilungsannahmen aus den vorherigen Teilaufgaben, um zu entscheiden, ob Frau Yilmaz zu der Demonstration gehen sollte.

(d) Herr Zeiss, ein Kollege von Frau Yilmaz, schlägt vor, die Einkommensverteilung der Angestellten stattdessen mit einer Verteilung zu modellieren, die durch die folgende Verteilungsfunktion gegeben ist:

$$F(x) = \exp\left(-\exp\left(-\frac{x-\xi}{\theta}\right)\right).$$

Um welche Verteilung handelt es sich? Bestimmen Sie die Dichtefunktion dieser Verteilung.

(e) Erläutern Sie anhand zweier wichtiger Argumente, inwiefern Sie Herrn Zeiss' Vorschlag für sinnvoll erachten.

4. Schachweltmeisterschaft

2012 wird es ein neues Match um den Titel des Schachweltmeisters geben. Dabei spielen die beiden Kontrahenten (Vishy Anand als Titelverteidiger gegen den Herausforderer Boris Gelfand) insgesamt zunächst 12 Partien gegeneinander. Gehen Sie für die drei möglichen Spielausgänge Sieg/Remis/Niederlage von den Wahrscheinlichkeiten $p_S = p_N = 0.2$ und $p_R = 0.6$ aus.
Gibt es nach 12 Partien keine Entscheidung, so wird zunächst ein TIE-break mit 4 zusätzlichen Partien ausgetragen. Ergeben diese wieder keine Entscheidung, werden immer jeweils 2 weitere Partien gespielt. Steht nach insgesamt $14(= 4+5\cdot 2)$ zusätzlichen Spielen kein Sieger fest, so wird nach dem sog. *Sudden Death Prinzip* entschieden (erster Sieg).

(a) Wie wahrscheinlich ist es, dass es zum Sudden Death kommt? Die Angabe einer Formel genügt.

(b) Angenommen, der Herausforderer liege nach 8 Partien 3 Punkte vorn. Mit welcher Wahrscheinlichkeit verliert er den Wettkampf noch? Die Angabe einer Formel genügt.

(c) Ein Beobachter geht von folgendem Modell für die tatschlichen Gewinnwahrscheinlichkeiten aus Sicht des Titelverteidigers aus:

$$p_S = 0.2 + \epsilon, p_N = 0.2 - \epsilon$$

Zunächst geht er mangels besseren Wissens davon aus, dass $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$. Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten für die Ergebnisse einer Partie an.

(d) Der Titelverteidiger verliert das erste Spiel. Geben Sie eine revidierte Verteilung von ϵ an, die dieses Ergebnis mit einbezieht.

(e) Bewerten Sie folgende Aussage: “Die Rundenanzahl sollte von vornherein deutlich erhöht werden, damit bei etwa gleichstarken Kontrahenten ein sehr knappes Gesamtergebnis am wahrscheinlichsten ist.”

5. Pareto

Für die Modellierung der Einwohnerzahlen von Städten kann eine Paretoverteilung verwendet werden, deren Dichte von folgender Form ist:

$$f(x) = \begin{cases} C \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{a+1} & \text{für } x \geq k > 0 \\ 0 & \text{für } x < k, \end{cases}$$

wobei $a > 1$ sei.

(a) Zeigen Sie, dass $C = ak^a$ sein muss, damit durch f eine Dichte gegeben ist.

(b) Interpretieren sie den Parameter k im Bezug auf die Modellierung von Einwohnerzahlen. Welchen Einfluss hat a? Wozu dient der Vorfaktor C?

(c) Bestimmen sie die Verteilungsfunktion zu f.

(d) Berechnen sie den Erwartungswert.

(e) Das statistische Bundesamt Deutschland führt Ende des Jahres 2010 insgesamt 2068 Städte in Deutschland auf. Angenommen, die Einwohnerzahl einer Stadt in Deutschland ist paretoverteilt mit Parametern $k = 6792$ und $a = 1.31$. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass Deutschlands größte Stadt zur Zeit weniger als 3.5 Millionen Einwohner hat? Haben sie bei ihrer Berechnung weitere Annahmen getroffen? Halten sie diese für problematisch?

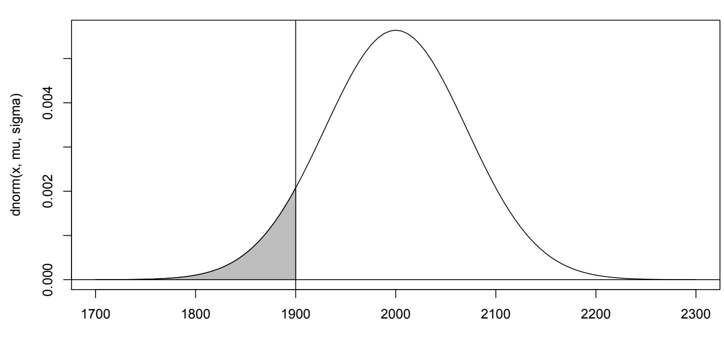
(f) Für die Größe der deutschen Städte wurde ein Mittelwert von $\overline{X} \approx 28700$ Einwohnern berechnet. Da man den Parameter $a = 1.31$ in diesem Kontext als fest betrachtet, setzt der Analyst des Bundesamtes den obigen Mittelwert in die Formel aus Aufgabe (d) ein, um den Parameter k zu erhalten. Ist sein Vorgehen korrekt? Erläutern Sie Ihre Antwort präzise!

6. Pizzabude

Student Michael möchte sich etwas dazu verdienen und plant eine Pizzabude zu eröffnen. Da er weiß, dass eine gute Kalkulation die halbe Miete auf dem Weg zum erfolgreichen Geschäftsmann ist, stellt er einige Überlegungen in R an:
Er weiß, dass er monatliche Fixkosten in Höhe von 1900 Euro hat. Die Bude wird an 20 Tagen im Monat für je 2 Stunden geöffnet sein und pro Pizza wird ein Gewinn von 5 Euro erwirtschaftet. Durch Umfragen und aufwändige Analysen hat er herausgefunden, dass er stündlich mit 10 Kunden rechnen kann bei einer Varianz von 5.

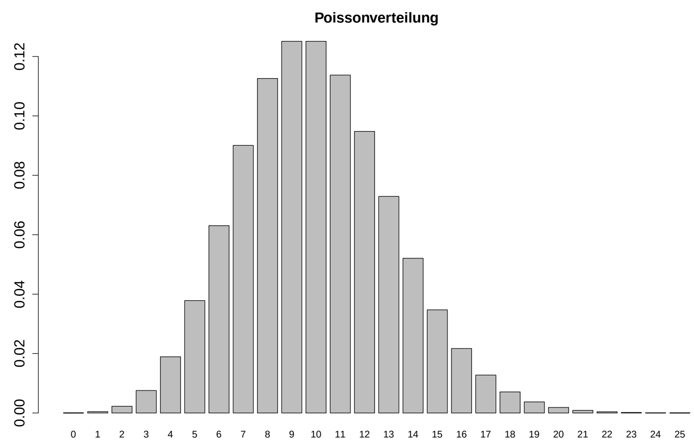
- **Erläutern Sie seine R-Analysen und interpretieren Sie den Output**.
- Welche Berechnungen und Grafiken hat Michael in den einzelnen Abschnitten des Codes gemacht und warum?
- Waren diese sinnvoll und zu welchem Ergebnis sollte er im Bezug auf seine Pizzabude kommen?
- Wichtig: Gehen Sie insbesondere auch auf eventuell getroffene Annahmen ein!

```
> mu <- 5*20*2*10
> sigma <- sqrt(25*20*2*5)
> pnorm(1900,mu,sigma)
    [1] 0.0786496
> qnorm(0.95,mu,sigma)
    [1] 2116.309
> qnorm(0.05,mu,sigma)
    [1] 1883.691

> curve(pnorm(x,mu,sigma),from=1700,to=2300)
> abline(v = 1900, h = 0)
> sq <- seq(1700,1900,1)
> y <- c(rep(0,length(sq)), dnorm(rev(sq),mu,sigma))
> polygon( x = c(sq, rev(sq)), y = y, col="grey" )
```



Eine weitere Umfrage hat ihm klar gemacht, dass die Varianz für die Anzahl Kunden pro Stunde in Wahrheit nicht 5 sondern eher 10 ist. Zusätzlich hat er durch diverse Testläufe herausgefunden, dass er maximal 20 Kunden pro Stunde bedienen kann.

```
11 > lambda <- 10
12 > barplot(dpois(0:25,lambda),names.arg=0:25,main="Poissonverteilung")
```




```
13 > 1 - ppois(20,lambda)
       [1] 0.001588261
14 > 1 - ppois(20,lambda)^2
       [1] 0.003173999
15 > 1 - ppois(20,lambda)^40
       [1] 0.06160183
```

```
16 > lambda_exp <- 10/60
17 > 1 - pexp(15,lambda_exp)
       [1] 0.082085
18 > 1 - pexp(10,lambda_exp)
       [1] 0.1888756
```

```
19 > s <- rpois(40,lambda)
20 > table(s)
      s
       5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 16
       2  2  3  5  4  3 10  1  5  4  1

21 > x <- replicate(100,sum(rpois(40,lambda))*5)
22 > range(x)
      [1] 1800 2295
23 > mean(x)
      [1] 2006.4
24 > hist(x,breaks=seq(1600,2400,50))
```